

Semicondutores

Semicondutores já foram definidos no capítulo anterior, como sendo materiais com suas bandas de valência e de condução separados por uma faixa proibida de energia de valor não muito elevado (da ordem fração ou alguns eV), sendo que à temperatura de 0 K, todos os estados da banda de valência estão ocupados e todos os estados da banda de condução estão desocupados. Tal material terá uma condutividade elétrica bastante reduzida em temperaturas normais de operação (bem maiores que 0 K), de valor intermediário entre as condutividades de isolantes e de condutores. Veremos neste capítulo diversas propriedades de semicondutores, bem como a alteração destas pela adição de pequena quantidade de impurezas. Na verdade, o sucesso dos semicondutores deve-se aos seguintes três fatores principais:

- Existência de técnicas de sintetização de materiais semicondutores de alta pureza, com nível de impurezas bem menor que partes por bilhão, ppb. Os semicondutores constituem os materiais de maior pureza usada em aplicações. Nenhuma outra aplicação requer tamanho nível de pureza, exceto talvez, alguns materiais nucleares.
- Existência de técnicas de cristalização de materiais semicondutores com alto nível de perfeição cristalina.
- Disponibilidade de técnicas de dopagem (adição de pequena quantidade de impurezas específicas) controlada, em nível e local no semicondutor, permite assim alterar localmente as propriedades do semicondutor. Isto por sua vez permite o desenvolvimento de inúmeros dispositivos, eletrônicos, ópticos e sensores.

Existe um grande número de materiais semicondutores. A tabela 8.1 lista uma série delas. Já foi mencionado na capítulo 5 que o semicondutor mais usado é o silício e explicado o porquê, baseado nas várias boas propriedades deste. Aplicações específicas, no entanto, podem requerer semicondutores diferentes ao do Si, como é o caso de dispositivos ópticos, detetores, dispositivos de alta frequência e outros. Cada semicondutor tem a sua estrutura de banda específica, com parâmetros específicos de banda proibida, E_G , massa efetiva, estrutura direta ou indireta e outros. Também o parâmetro de rede de cada cristal semicondutor é específico, onde lembramos que parâmetro de rede é o valor da dimensão do lado da célula unitária da sua rede cristalina. Os gráficos da Fig. 8.1 apresentam valores de E_G e de parâmetros de rede de vários semicondutores. As linhas representam ligas formadas pela mistura dos materiais dos semicondutores dos extremos das mesmas. Observa-se que tanto a banda proibida como o parâmetro de rede varia gradualmente entre os valores dos dois semicondutores, dependendo diretamente da fração dos dois componentes na liga. A importância do parâmetro de rede está relacionada com a compatibilidade de fabricar estruturas de semicondutores compostas por camadas de diferentes materiais. É relativamente simples crescer uma camada cristalina de material semicondutor que tenha parâmetro de rede bem próximo ao do substrato, enquanto que o oposto ocorre se os dois materiais apresentarem parâmetros de rede distintos. As linhas cheias e os pontos cheios da Fig. 8.1a indicam semicondutores de estrutura

de bandas do tipo direta, enquanto que linhas tracejadas e pontos não preenchidos indicam semicondutores de estrutura de bandas do tipo indireta. A Fig. 8.1b refere-se a semicondutores em desenvolvimento mais recente e de grande interesse para aplicações ópticas de emissão no azul (alto E_G , ou baixo comprimento de onda).

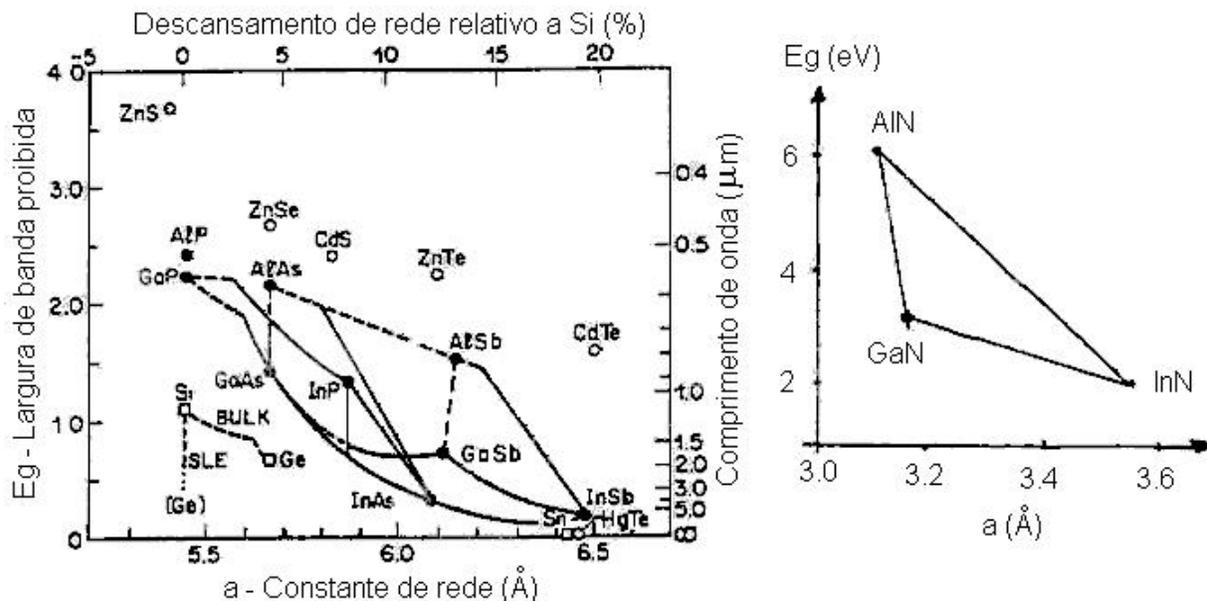


Fig. 8.1 Valores de banda proibida e de parâmetros de rede de vários semicondutores e de suas ligas, representados pelas linhas de ligação entre semicondutores, a) semicondutores tradicionais e b) semicondutores mais recentes.

Tabela 8.1 Materiais semicondutores

Classificação		Exemplos
Elementares		Si, Ge
Compostos III-V	Binários	GaAs, InP, GaSb, AlP, AlAs, AlSb, GaN, GaP, InAs, InSb
	Ternários	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{P}$, $\text{GaAs}_x\text{P}_{1-x}$,
	Quaternários	$\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}$
Compostos II-VI	Binários	ZnO, ZnS, ZnSe, ZnTe, CdS, CdSe, CdTe, HgS
	Ternários	$\text{Hg}_x\text{Cd}_{1-x}\text{Te}$

Nota: Os índices X e Y representam frações estequiométricas variando de 0 a 1. Por exemplo, o composto $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ significa que para cada 10 átomos de As tem-se 3 átomos de Al e 7 átomos de Ga.

8.1 Revisão de Modelos para Semicondutores

Podemos representar o semicondutor pelo modelo de bandas como mostrado nas figuras 7.3 e 7.13, ou ainda alternativamente por modelo de ligações químicas como mostrado na Fig. 8.2. Este modelo é uma representação idealizada bidimensional. Sabemos que na verdade cada átomo apresenta ligações covalentes com 4 átomos vizinhos, como representados na Fig. 8.2, porém em configuração tridimensional, como ilustrado na Fig. 8.3. O modelo como apresentado na Fig. 8.2 é no entanto uma

simplificação e tem também a sua utilidade, como ilustrado na Fig. 8.4. A Fig. 8.4a utiliza o modelo de ligações para representar uma vacância (falta de um átomo) no cristal, enquanto a Fig. 8.4b ilustra o rompimento de uma ligação covalente entre dois átomos vizinhos, criando um ligação incompleta (lacuna) e um elétron livre (elétron na banda de condução). A Fig. 8.5 detalha a equivalência entre os modelos de ligações químicas e de bandas, nos casos de material a) sem portadores (por exemplo, semicondutor a 0 K), b) com elétrons livres na banda de condução criados pelo rompimento de ligações químicas e c) com o deslocamento de uma lacuna pela transferência de uma ligação incompleta para uma posição vizinha. Lembramos que a geração de um par elétron-lacuna se dá pela passagem de elétrons da banda de valência para um estado da banda de condução, através de recebimento de energia por alguma forma (por exemplo por temperatura ou vibração da rede do cristal). Este fenômeno é equivalente ao do rompimento da ligação química covalente entre dois átomos vizinhos. Ambos os modelos, de bandas de energia e de ligações químicas podem ser usados indistintamente, dependendo apenas da conveniência. Sem dúvida, o modelo de bandas de energia é usado com maior frequência.

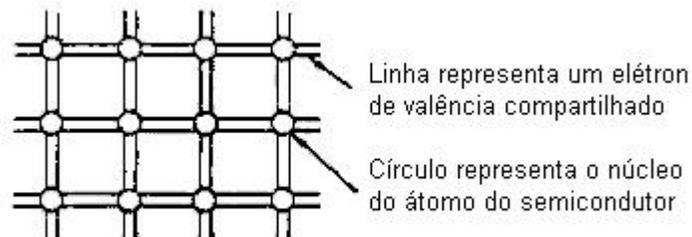


Fig. 8.2 Modelo de ligações químicas de semicondutores

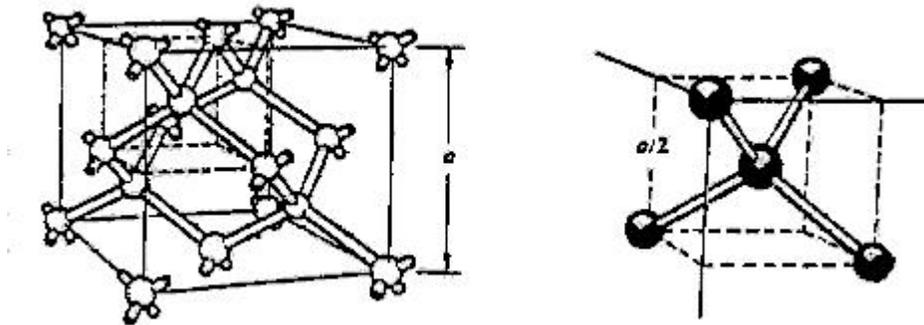


Fig. 8.3 a) Ilustração da célula unitária de cristal de Si (ou similar) com a representação das ligações químicas entre os átomos vizinhos em arranjo tridimensional; b) Detalhe das ligações químicas de um átomo com seus 4 vizinhos.

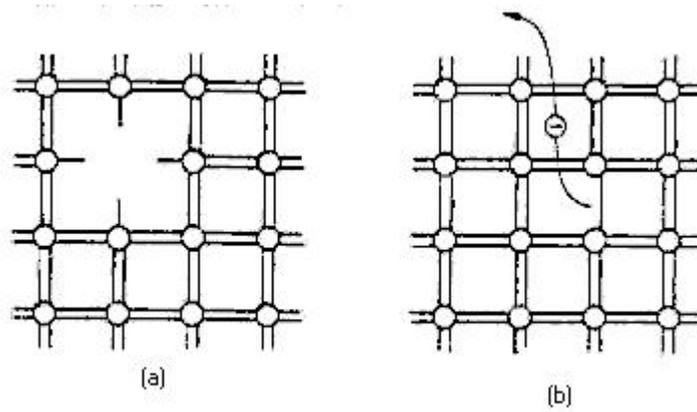


Fig. 8.4 Uso do modelo de ligações para representar a) uma vacância (falta de um átomo no cristal) e b) rompimento de uma ligação com liberação do elétron (geração do par elétrons-lacuna).

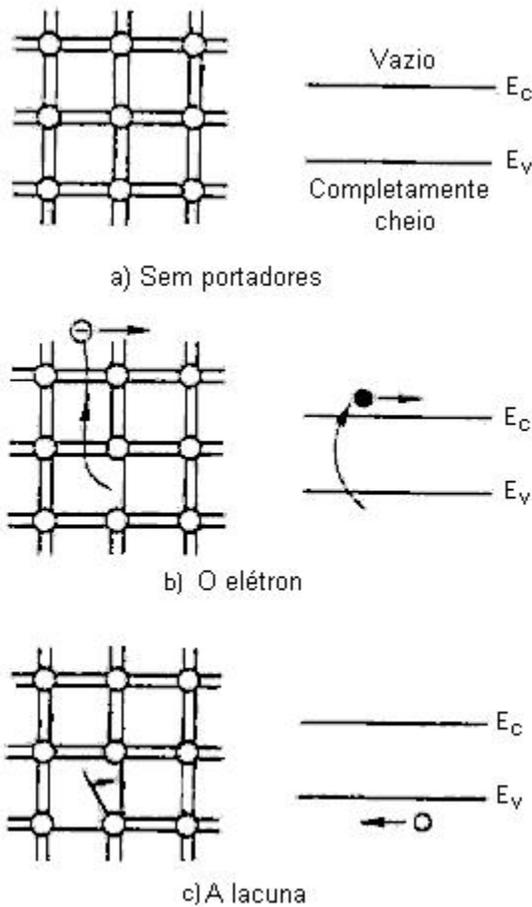


Fig. 8.5 Visualização de portadores usando o modelo de ligações (esquerda) e de bandas de energia (direita) nos casos a) sem portadores, b) elétron livre e c) lacuna.

8.2 Propriedades dos Portadores

Apresentaremos neste item duas propriedades básicas de semicondutores, ou seja, a concentração intrínseca de portadores (elétrons e lacunas) e a massa efetiva dos mesmos.

Lembramos do capítulo 7 que, um semicondutor a 0 K apresenta todos os estados da banda de valência ocupados e nenhum elétron ocupando estados da banda de condução, ou seja, todas as ligações covalentes entre átomos vizinhos estão completas. Ao aquecermos o material semicondutor, os átomos da rede começam a vibrar e podem eventualmente transferir energia a elétrons da banda de valência, os quais irão então ocupar estados da banda de condução. Este processo é chamado de geração térmica de portadores e é ilustrado na Fig. 8.6. Em semicondutor puro, sem impurezas, chamado de semicondutor intrínseco, o número de elétrons e de lacunas sempre será igual, já que os dois são gerados (termicamente) aos pares. Definimos n como o número de elétrons/cm³ e p como o número de lacunas/cm³. Definimos ainda o número n_i como sendo a concentração de portadores de um material intrínseco, sendo que neste caso teremos $n_i = n = p$. É intuitivo assumir que o número destes portadores cresce com a temperatura do material e que, quanto menor a banda proibida maior este número (maior número de elétrons da banda de valência receberá energia suficiente para alcançar um estado na banda de condução). Desta forma podemos afirmar que a taxa de geração de portadores é uma função da temperatura e da largura da banda proibida, como indicado na relação:

$$G = f(T, E_G) \quad (8.1)$$

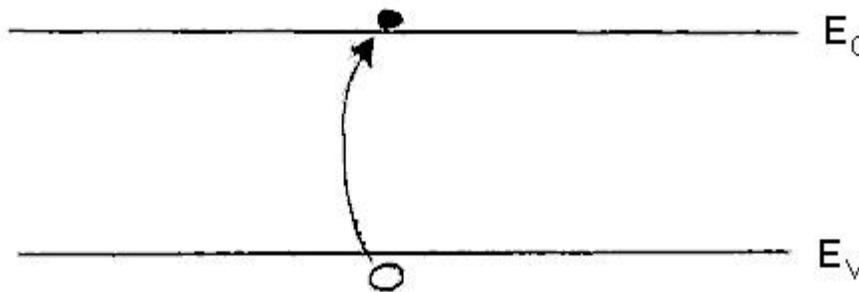


Fig 8.6 Ilustração da geração do par elétron-lacuna, pelo modelo de bandas de energia.

Concomitantemente com a geração térmica de portadores teremos também o processo de recombinação de portadores. Também por intuição podemos dizer que a taxa de recombinação deve ser dada por:

$$R = \alpha.n.p \quad (8.2)$$

O processo de recombinação depende da probabilidade de um par elétron e lacuna se encontrarem e o elétron decair para o estado da lacuna. Esta probabilidade aumenta linearmente com o aumento de ambas as concentrações, e portanto é dada como proporcional ao produto das mesmas. Após o semicondutor permanecer numa dada temperatura, as concentrações de elétrons e lacunas tendem a um valor de equilíbrio, dado pela condição em que as taxas de geração e de recombinação se igualam. Desta forma teremos:

$$R = \alpha.n.p = G = f(T, E_G) \quad (8.3)$$

$$n = p = n_i = f(T, E_G) \quad (8.4)$$

A tabela 8.2 apresenta valores de concentração intrínseca de portadores em diferentes semicondutores à temperatura ambiente. Observa-se que o valor de n_i é maior quanto menor o E_G do semicondutor. Avaliando os valores da tabela, observa-se que os mesmos são relativamente muito baixos. Tomemos por exemplo o Si e comparemos o valor de n_i com o número total de ligações covalentes. Si apresenta uma densidade atômica de $5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ e portanto uma densidade de ligações covalentes 4 vezes maior, ou seja, $2 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$. Isto significa que o número de ligações químicas rompidas (geração de pares elétron-lacuna) é dado por $n_i/(2 \times 10^{23})$, ou aproximadamente 10^{-13} . No caso de GaAs este número é de aproximadamente 10^{-17} . Portanto, o número de ligações químicas rompidas à temperatura ambiente é relativamente muito pequeno.

Tabela 8.2 Valores de concentração intrínseca de portadores e da massa efetiva de elétron (m_n^*) e de lacuna (m_p^*) normalizadas pela massa em repouso do elétron (m_0), para diferentes semicondutores à temperatura de 300 K.

Semicondutor	E_G [eV]	n_i [cm^{-3}]	m_n^*/m_0	m_p^*/m_0
Ge	0.66	2.4×10^{13}	0.55	0.37
Si	1.12	1.18×10^{10}	1.18	0.81
GaAs	1.42	1.76×10^6	0.065	0.52

No item 7.4 foi apresentado o conceito de massa efetiva de portadores. Foi mostrado que a massa efetiva do portador é uma massa que permite usar a lei de Newton da física clássica. Portanto, a massa efetiva engloba os efeitos quânticos do potencial interno da rede cristalina, sobre o portador. A definição da massa efetiva como apresentada, permite tratar os portadores como sendo partículas clássicas de massa igual à sua massa efetiva. A tabela 8.2 apresenta os valores médios das massas efetivas de elétrons e lacunas normalizadas com a massa de repouso de elétrons. Observa-se destes valores que a massa efetiva dos elétrons é bem pequena no caso de GaAs e maior no caso de Si. A massa efetiva de lacunas não varia muito entre os 3 semicondutores listados.

8.3 Semicondutores Extrínsecos

No item anterior apresentamos propriedades de semicondutores considerados intrínsecos, ou seja, semicondutores puros sem adição de impurezas que alterem a concentração dos portadores. Semicondutores dopados, pela adição de impurezas que alterem a concentração dos portadores, são chamados de semicondutores extrínsecos. Impurezas de elementos químicos das colunas IIIA e VA da tabela periódica constituem dopantes para semicondutores elementares como Si e Ge. No caso de semicondutores compostos como GaAs e similares, a dopagem, com alteração da concentração de portadores, pode ser obtida por elementos das colunas II, IV e VI da tabela periódica. Na prática, não existem semicondutores com nível de pureza que os tornem intrínsecos. Como já apresentamos anteriormente (Capítulo 5), os materiais sintetizados podem chegar a nível de pureza de ppb, o que representa uma concentração de impurezas da ordem de $10^{13} \text{ átomos/cm}^3$. Veremos agora, como

impurezas no semiconductor alteram as concentrações de seus portadores (elétrons e lacunas).

Adicionando pequenas concentrações de elemento da coluna VA da tabela periódica à rede cristalina de Si, com estes elementos tornando-se substitucionais (ocupando posição da rede cristalina, com ligação química com os 4 átomos vizinhos de Si), teremos uma situação como ilustrado na Fig. 8.7a. Observa-se da Fig.8.7a que o átomo substitucional de valência 5, terá um elétron em excesso que não tem como formar um par de ligação covalente. Este quinto elétron, sem formar par de ligação química, ficará fracamente ligado ao seu átomo, sendo facilmente liberado pelo mesmo, tornando-se um elétron livre do cristal. Em outras palavras, com pouca energia (térmica por exemplo), este elétron passa para a banda de condução do cristal, aumentando a concentração n de elétrons. Considerando agora a relação (8.2), conclui-se que, pelo aumento da concentração n , resulta um aumento na taxa de recombinação dos portadores e conseqüentemente, uma redução na concentração das lacunas. Isto significa que, pela adição de elementos da coluna VA ao cristal de Si, teremos um incremento na concentração n e uma redução na concentração p . Nesta situação, os elétrons serão portadores majoritários e as lacunas, portadores minoritários. Como a condução elétrica deste material será feita predominantemente por cargas negativas (elétrons), o mesmo será chamado de material tipo n (de negativo). A impureza da coluna VA, que liberou o seu quinto elétron, é chamado de doadora, por ter “doado” um elétron. Como dopantes doadoras para Si tem-se os seguintes elementos: P, As e Sb. Os outros elementos da mesma coluna, N e Bi, apresentam características não desejadas que os tornam não práticos para serem usados. O átomo doador, após doar seu quinto elétron, transforma-se num íon de carga $+q$. A criação destes íons positivos é concomitante com a geração equivalente de elétrons de carga negativa na banda de condução, de forma que a neutralidade de cargas do material é preservada.

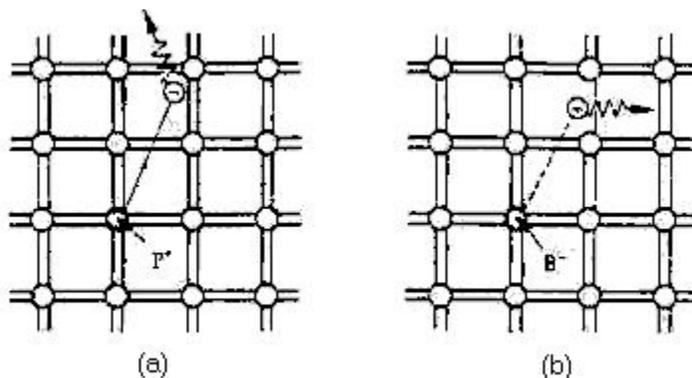


Fig 8.7 Ilustração da dopagem de cristal de Si por átomos a) tipo doadores (elementos da coluna VA) e b) tipo aceitador (elemento da coluna IIIA), em posições substitucionais.

Adicionando agora pequenas concentrações de elemento da coluna IIIA da tabela periódica à rede cristalina de Si, de forma também substitucional, teremos uma situação como ilustrada na Fig. 8.7b. Observa-se da Fig.8.7b, que o átomo substitucional de valência 3 apresenta a falta de um elétron, deixando a ligação covalente incompleta com um dos 4 átomos vizinhos de Si. Esta ligação química com “orbital” incompleto, pode facilmente receber um elétron de uma ligação química vizinha, formando-se assim uma lacuna. Em outras palavras, com pouca energia

(térmica por exemplo), um elétron da banda de valência do cristal passa para o estado vazio associado a átomo da coluna IIIA, aumentando assim a concentração p de lacunas. Considerando agora a relação (8.2), conclui-se que, pelo aumento da concentração p , resulta um aumento na taxa de recombinação dos portadores e conseqüentemente, uma redução na concentração dos elétrons. Isto significa que, pela adição de elementos da coluna IIIA ao cristal de Si, teremos um incremento na concentração p e uma redução na concentração n . Nesta situação, as lacunas serão portadores majoritários e os elétrons, portadores minoritários. Como a condução elétrica deste material será feita predominantemente por cargas positivas (lacunas), o mesmo será chamado de material tipo p (de **p**ositivo). A impureza da coluna IIIA, que recebeu o elétron proveniente da banda de valência, é chamada de aceitadora, por ter “aceito” um elétron. Como dopantes aceitadoras para Si tem-se os seguintes elementos: B, Al, Ga e In. Dentre estes, o B é o dopante aceitador mais usado, tendo em vista que apresenta maior solubilidade sólida (ver Fig. 4.18) e outras considerações técnicas. O átomo aceitador, após receber seu quarto elétron transforma-se num íon de carga $-q$. A criação destes íons negativos é concomitante com a geração equivalente de lacunas de carga positiva na banda de valência, de forma que a neutralidade de cargas do material é preservada.

Pelo exposto acima, temos que um semiconductor tipo n apresenta alta concentração n e baixa concentração p e vice-versa para o semiconductor tipo p . No item 8.6 será demonstrado que, independente do nível de dopagem, o produto $n.p$ é constante e dado pela relação (8.5), desde que o material esteja em equilíbrio térmico. Por equilíbrio térmico entende-se que o material está em temperatura uniforme e que não há outra forma de energia sendo fornecida ao material. A relação (8.5) é coerente com os argumentos usados acima, pelos quais, pelo aumento artificial de um dos portadores reduz-se concomitantemente a concentração do portador complementar. É imediato observar que a relação (8.5) vale também para o caso particular do semiconductor intrínseco (a partir da relação 8.4).

$$n.p = n_i^2 \quad (8.5)$$

Associado aos átomos doadores e aceitadores devemos ter níveis de energia não previstos no cristal perfeito. No cristal perfeito temos a banda proibida totalmente livre de estados, como visto no capítulo anterior. Um defeito cristalino, tipo átomo de impureza substitucional e outros, causa uma perturbação no potencial periódico da rede. Esta perturbação altera a solução local da equação de Schrödinger, podendo resultar inclusive num estado permitido dentro da banda proibida do cristal. Isto realmente acontece no caso dos dopantes doadores e aceitadores. No caso dos dopantes doadores, é introduzido um estado próximo e logo abaixo do mínimo da banda de condução. Uma interpretação e cálculo aproximado da posição do nível da energia deste estado é apresentado como segue. O quinto elétron do átomo doador não forma par de ligação química e fica orbitando em torno do seu átomo com baixa energia de ligação e raio bem grande, como ilustrado na Fig. 8.8. Este sistema pode ser visto como um par íon positivo (de fósforo na Figura) e um elétron, similar ao átomo de hidrogênio. Assim, em primeira aproximação, pode-se usar os resultados dos cálculos da energia de ligação do elétron ao núcleo de hidrogênio (relação 2.20), substituindo agora a constante dielétrica do vácuo pela constante dielétrica do Si e a massa do elétron pela massa efetiva do elétron no Si. Desta forma, obtém-se:

$$E_B = -\frac{m^* q^4}{2(4\pi K_S \epsilon_o \hbar)^2} = \frac{m^*}{m} \cdot \frac{1}{K_S^2} \cdot E_H = \frac{m^*}{m} \cdot \frac{1}{K_S^2} (-13.6) \cong -0.1 \text{ eV} \quad (8.6)$$

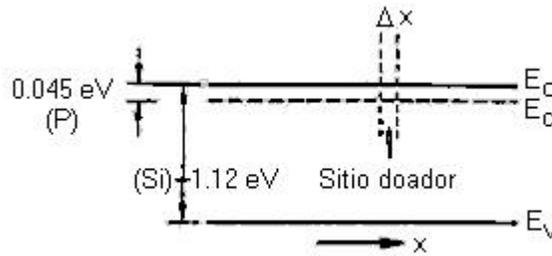


Fig 8.8 Ilustração dos estados introduzidos pelos átomos de fósforo em cristal de Si. Os traços indicam a natureza localizada dos estados.

Portanto, os átomos doadores introduzem um estado em nível de energia de aproximadamente 0.1 eV abaixo do mínimo da banda de condução. Por cálculos mais precisos e por medidas experimentais obtém-se os valores apresentados na Tabela 8.3, para átomos doadores e aceitadores. No caso dos átomos aceitadores, a energia refere-se à distância do nível em relação ao topo da banda de valência do Si e acima desta. A Fig. 8.8i é uma ilustração dos níveis dos átomos de fósforo introduzidos no cristal de Si. Nota-se que os estados são representados por linhas tracejadas. Isto se deve ao fato dos átomos dopantes estarem em concentrações bem menores que a densidade dos átomos de Si, ou seja, tem-se átomos dopantes distantes entres si de várias dezenas a milhares de distâncias atômicas do cristal. Os dopantes não formam um contínuo de átomos mas sim uma distribuição discreta de átomos localizados.

Tabela 8.3 Energias dos níveis introduzidos por dopantes doadores (abaixo do nível E_C) e aceitadores (acima no nível E_V) em cristal de Si.

Doador	$E_C - E_D$ [eV]	Aceitador	$E_A - E_V$ [eV]
Sb	0.039	B	0.045
P	0.045	Al	0.067
As	0.054	Ga	0.072
		In	0.16

Um outro aspecto a ser considerado é a influência da temperatura do material sobre a ocupação por elétrons dos estados introduzidos. Este comportamento é ilustrado na Fig. 8.8ii para material tipo n (a) e para material tipo p (b). No caso de temperatura de 0 K, todos os elétrons irão ocupar os estados de mais baixa energia possível. Desta forma, temos que no material tipo n, os elétrons dados pelos átomos dopantes retornam a seus níveis originais, ou seja, voltam a se ligar aos átomos doadores, ocupando os estados E_D logo abaixo de E_C . No caso do material tipo p, os íons aceitadores liberam os elétrons que estavam ocupando os estados E_A introduzidos, com estes elétrons retornando ao seu nível original na banda de valência. Aquecendo novamente o material, temos inicialmente os elétrons dos estados de nível E_D do material tipo n adquirindo energia e indo para estados dentro da banda de condução. À temperatura ambiente podemos considerar que todos os átomos doadores estejam ionizados, ou seja, com seus elétrons dos estados E_D mudados para a banda de condução. No caso do material tipo p, com aumento da temperatura, temos inicialmente alguns elétrons da banda de valência indo ocupar os estados associados aos átomos aceitadores, criando assim lacunas. À temperatura

ambiente, podemos considerar que todos os átomos aceitadores estejam ionizados, ou seja, com os estados em nível E_A todos ocupados. Veremos nos próximos itens que, à temperatura ambiente, podemos aproximar a concentração de elétrons em material tipo n à concentração de impurezas doadoras e a concentração de lacunas em material tipo p à concentração de dopantes aceitadores.

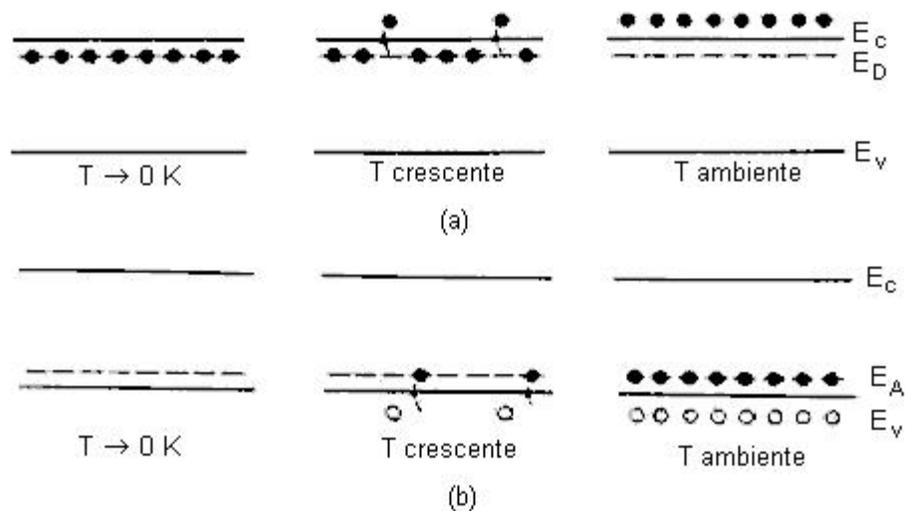


Fig 8.8ii Visualização do efeito dos dopantes, à temperatura de 0 K, a baixa temperatura e à temperatura ambiente, usando diagramas de banda para material a) tipo n e b) tipo p.

Neste momento, o autor recomenda que o aluno faça uma revisão dos seguintes conceitos e termos apresentados no item: semiconductor intrínseco, semiconductor extrínseco, dopantes, doadores, aceitadores, material tipo n, material tipo p, portadores majoritários e portadores minoritários.

8.4 Distribuição de Estados e Portadores nas Bandas

A distribuição da densidade de estados nas bandas de valência e de condução é obtida a partir das soluções da equação de Schrödinger no potencial periódico do cristal, como apresentado no capítulo 7. Mostra-se que as densidades de estados na parte inferior da banda de condução e na parte superior da banda de valência podem ser aproximadas respectivamente por:

$$g_C(E) = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^*(E - E_C)}}{\pi^2 \hbar^3} \quad \text{para } E \geq E_C \quad (8.8)$$

$$g_V(E) = \frac{m_p^* \sqrt{2m_p^*(E_V - E)}}{\pi^2 \hbar^3} \quad \text{para } E \leq E_V \quad (8.7)$$

A Fig. 8.9 apresenta as curvas de densidade de estados nas duas bandas de energia. Nota-se das expressões 8.8 e 8.9 que o formato das duas curvas são as mesmas, porém ambas apresentam constantes distintas, dada a diferença das massas efetivas dos elétrons de condução e de valência (lacunas). Lembramos também o fato já

discutido no capítulo 7, que o número total de estados na banda de condução e na banda de valência é dado por 4 vezes N, onde N é a densidade de átomos de Si. Em razão disto, o número total de estados é conservado quando aproximamos os átomos de Si (cada átomo de Si apresenta 8 estados disponíveis na sua última camada, os quais são transformados nas bandas de valência e de condução do cristal).

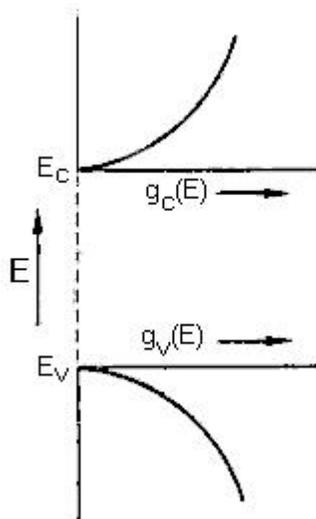


Fig 8.9 Representação das distribuições de densidade de estados nas bandas de condução e de valência.

Conhecida a densidade de estados, a próxima questão é saber quais estados estarão ocupados por elétrons. Para responder a esta questão devemos novamente tomar os resultados dados pela mecânica estatística, como apresentado no capítulo 6 e válida apenas em condições de equilíbrio térmico do material. A função estatística válida para descrever a distribuição mais provável de elétrons em estados quânticos é a função de Fermi-Dirac e dado por:

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}} \quad (8.9)$$

onde: E_F é a energia de referência de Fermi ou nível de Fermi, k é a constante de Boltzmann (8.62×10^{-5} eV/K) e T é a temperatura absoluta (K).

A Fig. 8.10 mostra curvas da função de Fermi-Dirac para a) temperatura de 0 K e b) temperatura maior que 0 K. A 0 K observa-se que a função é abrupta em $E=E_F$, enquanto que para temperatura maior a função torna-se mais gradual em torno de $E=E_F$, onde ela sempre vale 0.5.

A função de Fermi-Dirac pode ser aproximada para funções mais simples nos casos da energia ser bem maior ou bem menor que o nível E_F . No caso de termos $E > E_F + 3kT$, podemos usar a seguinte aproximação:

$$f(E) \cong e^{-(E-E_F)/kT} \quad (8.10)$$

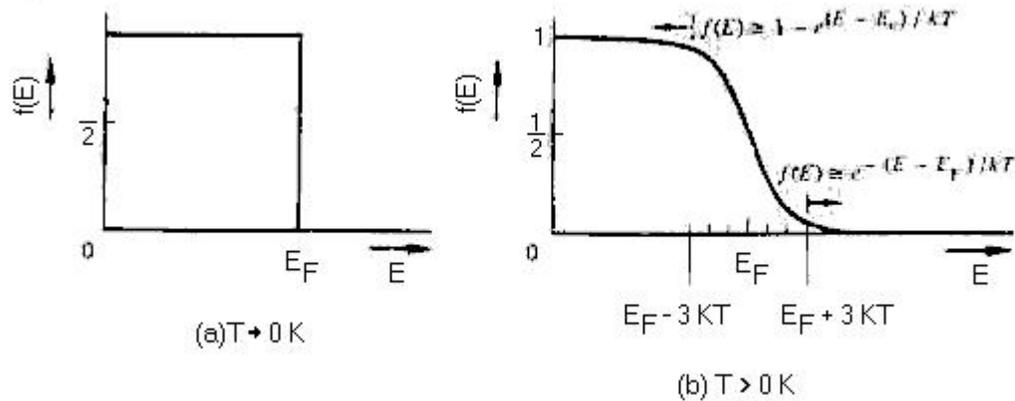


Fig 8.10 Curvas da função de Fermi-Dirac para a) $T = 0 \text{ K}$ e b) $T > 0 \text{ K}$

A função dada em (8.10) corresponde à função estatística de Maxwell-Boltzmann (usada em sistemas como gases, onde não há a restrição do princípio de exclusão de Pauli). Agora, no caso de termos $E < E_F - 3kT$, podemos usar a seguinte aproximação:

$$f(E) \cong 1 - e^{-(E - E_F)/kT} \quad (8.11)$$

Ao invés de calcular a probabilidade de ocupação do estado, podemos calcular seu complemento, ou seja, a probabilidade do estado estar desocupado. Para os estados da banda de valência, isto corresponde à probabilidade de termos uma lacuna. Assim definimos esta função como sendo $f_L(E)$. A partir da relação (8.11) obtemos:

$$f_L = 1 - f(E) \cong e^{-(E - E_F)/kT} \quad (8.12)$$

Desta forma, podemos novamente usar a função estatística de Maxwell-Boltzmann para descrever a probabilidade de ter-se lacunas na banda de valência, desde que satisfeita a desigualdade $E < E_V < E_F - 3kT$.

De forma geral não devemos usar a função estatística de Boltzmann mas sim a função de Fermi-Dirac. Inicialmente iremos considerar o caso genérico para determinar a distribuição de elétrons e de lacunas nas bandas de condução e de valência respectivamente. Nesta situação a definição da função $f_L(E)$ é a mesma, porém sua expressão é como segue:

$$f_L = 1 - f(E) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(E - E_F)/kT}} = \frac{1}{1 + e^{(E_F - E)/kT}} \quad (8.13)$$

A distribuição de elétrons na banda de condução é obtida pela multiplicação da função densidade de estados, (8.7), pela função probabilidade de ocupação dos estados, (8.9). Similarmente, a distribuição de lacunas na banda de valência é obtida pela multiplicação da função densidade de estados, (8.8), pela função probabilidade de desocupação dos estados, (8.13). Estas operações são ilustradas graficamente na Fig. 8.11, para três posições do nível de Fermi, a) dentro da metade superior da banda proibida, b) na metade da banda proibida e c) dentro da metade inferior da banda proibida. Observa-se que, no caso do nível de Fermi estar na metade superior da banda proibida, o número de elétrons é muito superior ao número de lacunas,

correspondendo a material tipo n. Similarmente, no caso do nível de Fermi estar na metade inferior da banda proibida, o número de lacunas é muito superior ao número de elétrons, correspondendo a material tipo p. No caso particular do nível estar exatamente no meio da banda proibida, teremos aproximadamente igual número de elétrons e de lacunas, correspondendo ao caso do material intrínseco. O leitor deve-se perguntar porque aproximadamente e não exatamente. A resposta está relacionada à diferença das massas efetivas dos elétrons e das lacunas e portanto funções densidades de estados um pouco distintas. Podemos dizer que num material intrínseco, o nível de Fermi localiza-se aproximadamente no nível médio entre E_C e E_V . A Fig. 8.12 mostra a posição do nível de Fermi em materiais intrínseco, tipo n e tipo p, usando como referência o nível de Fermi intrínseco.

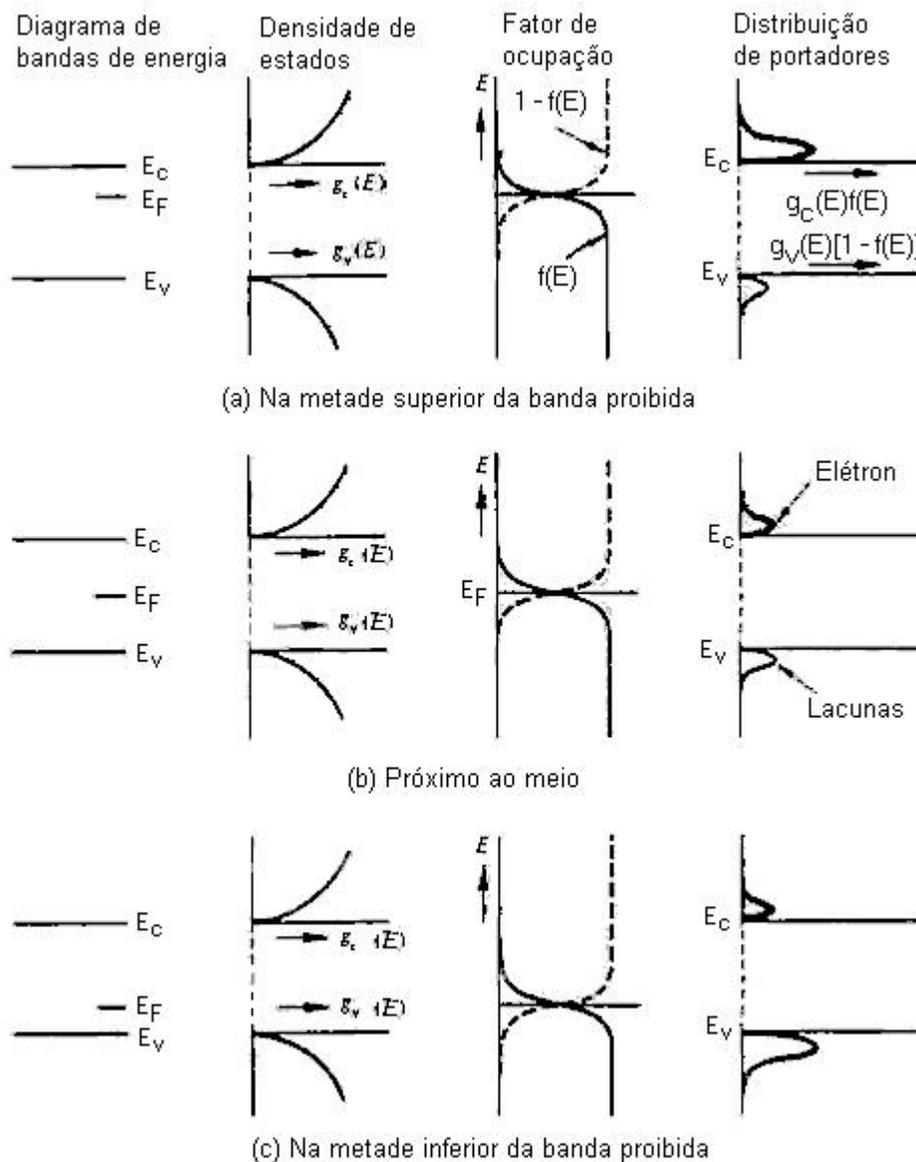


Fig. 8.11 Diagrama de bandas, funções de densidade de estados, funções de probabilidade de ocupação de estados e seu complemento e funções de distribuições dos portadores nas bandas de condução e de valência para os casos do nível de Fermi localizado a) na faixa da metade superior, b) na metade e c) na faixa da metade inferior da banda proibida.

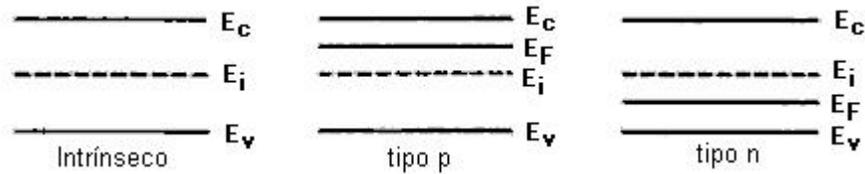


Fig 8.12 Representação usual dos diagramas de bandas de material a) intrínseco, b) material tipo n e c) material tipo p. O nível de energia de Fermi intrínseco serve de referência e é representado por linha tracejada

8.5 Concentração de Portadores em Equilíbrio

Para o cálculo do número total de elétrons na banda de condução e de lacunas na banda de valência devemos efetuar as integrais dadas abaixo:

$$n = \int_{E_C}^{E_{C,\text{sup}}} g_C(E) \cdot f(E) \cdot dE \quad (8.14)$$

$$p = \int_{E_{V,\text{inf}}}^{E_V} g_V(E) \cdot [1 - f(E)] \cdot dE \quad (8.15)$$

Tendo em vista que a função de Fermi tende a zero rapidamente para energia acima de E_F , podemos substituir os limites $E_{C,\text{sup}}$ e $E_{V,\text{inf}}$, não bem conhecidos, por $+\infty$ e $-\infty$ respectivamente (isto não altera o resultado, mas simplifica os cálculos). Substituindo as funções dadas em (8.7) e (8.9) na integral (8.14) e as funções dadas em (8.8) e (8.13) na integral (8.15) e efetuando as integrações obtém-se:

$$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_C) \quad \text{onde} \quad \eta_C = \frac{E_F - E_C}{kT} \quad (8.16)$$

$$p = N_V \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_V) \quad \text{onde} \quad \eta_V = \frac{E_V - E_F}{kT} \quad (8.17)$$

Onde:

A função $F_{1/2}(\eta)$ é uma função tabulada e não analítica.

$$N_C = 2 \cdot \left[\frac{2\pi \cdot m_n^* \cdot kT}{h^2} \right]^{3/2} \quad (8.18)$$

N_C é a densidade efetiva de estados na banda de condução.

$$N_V = 2 \cdot \left[\frac{2\pi \cdot m_p^* \cdot kT}{h^2} \right]^{3/2} \quad (8.19)$$

N_V é a densidade efetiva de estados na banda de valência.

À temperatura ambiente (300 K) obtém-se $N_C = 2.5 \times 10^{19} \left(\frac{m_n^*}{m}\right)^{3/2} (\text{cm})^{-3}$.

O fato de termos uma solução não analítica para as densidades de portadores dificulta em muito a sua utilização, que não seja por cálculo numérico. Mas felizmente, em muitos casos práticos, podemos utilizar as aproximações da função de Fermi dadas em (8.10) e (8.12). Estas aproximações podem ser utilizadas sempre que o nível de Fermi estiver distante de mais $3.kT$ das bandas de condução e de valência, como indicado na Fig. 8.13. Define-se o material como sendo degenerado se o nível de Fermi estiver com distância menor que $3kT$ da banda de condução ou de valência. O material será chamado de não degenerado no caso contrário. Desta forma, as expressões da estatística de Maxwell-Boltzmann valem apenas no caso de semicondutores não degenerados. Realizando agora as integrais das expressões (8.14) e (8.15) com as funções de probabilidades (8.10) e (8.12) obtém-se expressões analíticas simples para as concentrações dos portadores, chamadas de relações de Boltzmann:

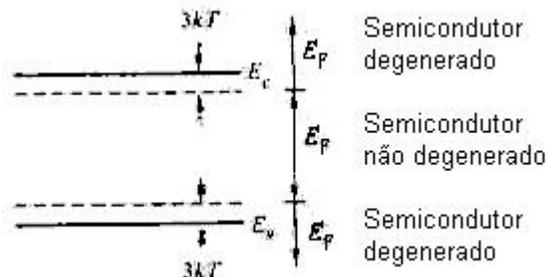


Fig 8.13 Definição de semicondutores degenerados e não degenerados, como função da posição do nível de Fermi dentro da banda proibida.

$$n = N_C \cdot e^{(E_F - E_C)/kT} \quad (8.20)$$

$$p = N_V \cdot e^{(E_V - E_F)/kT} \quad (8.21)$$

Estas duas relações de Boltzmann podem ainda ser reescritas nas seguintes formas:

$$n = n_i \cdot e^{(E_F - E_i)/kT} \quad (8.22)$$

$$p = n_i \cdot e^{(E_i - E_F)/kT} \quad (8.23)$$

Deixamos como exercício para o leitor a prova de que as relações (8.22) e (8.23) são equivalentes às relações (8.20) e (8.21) respectivamente (sugestão: considere inicialmente $E_F = E_i$ obtendo $n = p = n_i$).

Das relações (8.22) e (8.23) obtém-se diretamente que:

$$n \cdot p = n_i^2 \quad (8.24)$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \cdot e^{-E_G/2kT} \quad (8.25)$$

A relação (8.24) já foi mencionada no item 8.4 acima, porém sua demonstração só foi possível neste momento. Esta relação indica que, se por alguma maneira artificial, aumentarmos a concentração de um dos portadores, a concentração do outro portador será reduzida. Esta relação, é importante frisar, só é válida para semicondutor em condição de equilíbrio térmico (pois as funções estatísticas são válidas apenas nestas condições). Ainda da relação (8.25), observamos que a concentração intrínseca de portadores aumenta exponencialmente com a temperatura e com o inverso da largura da banda proibida do semicondutor. A variação da concentração intrínseca de portadores com a temperatura é mostrado na Fig. 8.14, para os semicondutores Ge, Si e GaAs, de acordo com a relação (8.25).

Considerando agora a condição de neutralidade de cargas do material, além de assumir semicondutor em equilíbrio térmico e com dopagem uniforme, temos:

$$p - n + N_D^+ - N_A^- = 0 \quad (8.26)$$

onde N_D^+ é a densidade de impurezas doadoras ionizadas e N_A^- é a densidade de impurezas aceitadoras ionizadas.

No caso do semicondutor estar à temperatura ambiente ou maior, podemos assumir que todos os dopantes estejam ionizados, e nesta situação podemos assumir: $N_D^+ = N_D$ e $N_A^- = N_A$, onde N_D e N_A são as concentrações dos dopantes doadores e aceitadores respectivamente.

Considerando agora que temos um material tipo n, tal que $N_D \gg N_A$ e $n \gg p$, resulta das relações (8.26) e (8.24):

$$n \cong N_D \quad \text{e} \quad p \cong \frac{n_i^2}{N_D} \quad (8.27)$$

Analogamente, considerando um material tipo p, tal que $N_A \gg N_D$ e $p \gg n$, resulta:

$$p \cong N_A \quad \text{e} \quad n \cong \frac{n_i^2}{N_A} \quad (8.28)$$

Como exemplo numérico, para o caso de material de Si tipo p com $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ e $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, resulta: $p = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ e $n = 10^5 \text{ cm}^{-3}$. Estes números reforçam bem o significado de portadores majoritários e minoritários, tendo em vista a grande diferença das suas concentrações, de muitas ordens de grandeza.

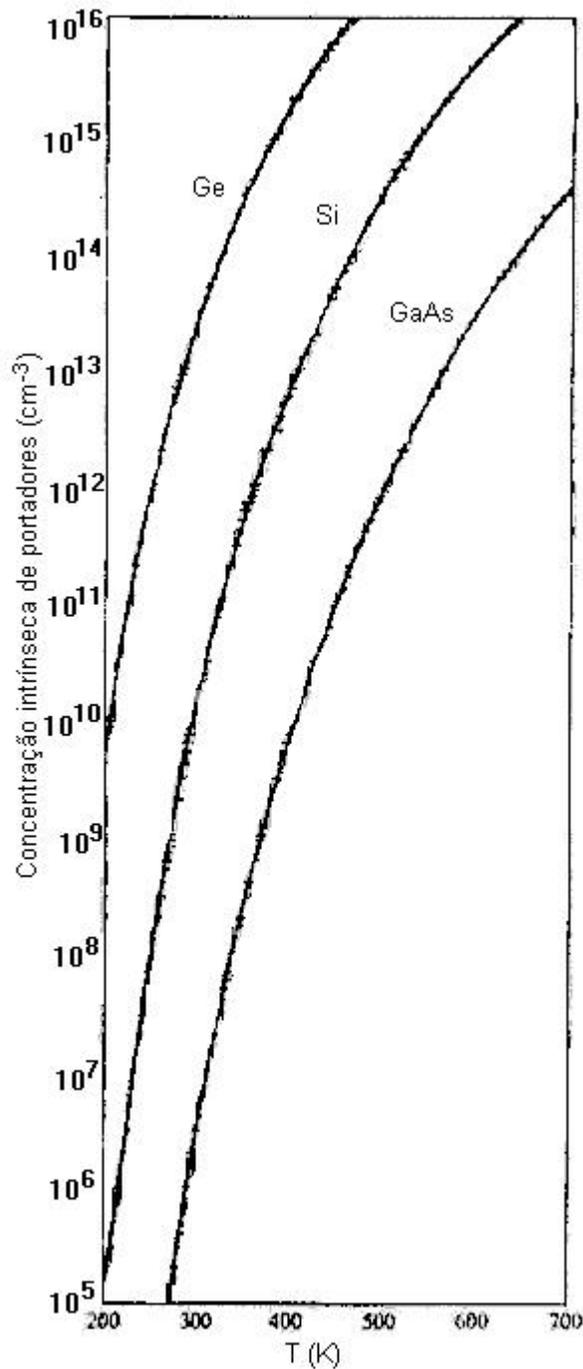


Fig 8.14 Curvas de concentração intrínseca de portadores versus temperatura para semicondutores de Ge, Si e GaAs.

Em certos casos, de semicondutores não muito dopados, onde não podemos desprezar a concentração de um dos portadores frente à do outro, não podemos fazer as simplificações assumidas acima na relação (8.26) de neutralidade de cargas. Assim devemos substituir a relação (8.24) na relação (8.26), como segue:

$$\frac{n_i^2}{n} - n + N_D - N_A = 0 \quad (8.29)$$

Resolvendo esta relação de segundo grau obtém-se:

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \left[\left(\frac{N_D - N_A}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2} \quad (8.30)$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{N_A - N_D}{2} + \left[\left(\frac{N_A - N_D}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2} \quad (8.31)$$

As relações (8.30) e (8.31) têm validade para dopagem genérica do semiconductor, enquanto que as relações (8.27) e (8.28) são aproximações das mesmas, válidas para materiais com dopagem líquida tipo n ou p bem definidos ($\gg n_i$) respectivamente.

As relações (8.27) a (8.31) mostram como variam as concentrações dos portadores com o nível de dopagem. Porém elas mostram também que as concentrações dos portadores dependem da concentração n_i do material, sendo que esta por sua vez, como já foi visto acima, apresenta uma dependência exponencial com a temperatura. Como conseqüência, as concentrações dos portadores também variam com a temperatura. A Fig. 8.15 ilustra como a concentração de elétrons de um material n, com dopagem uniforme, varia com a temperatura. À temperatura de 0 K, logicamente a concentração de elétrons é zero. Isto se deve ao fato que, nesta condição, todos os elétrons ocuparão os estados de mais baixa energia possível, com os elétrons extras dos átomos doadores retornando aos seus respectivos estados originais. Aumentando a temperatura a níveis ainda relativamente baixos, tem-se que uma fração dos elétrons extras dos átomos doadores liberam-se destes, além da eventual e desprezível geração de pares elétron-lacunas a partir da transição de elétron da banda de valência para a banda de condução. A fração dos átomos doadores que liberam seu elétron extra depende da posição relativa do nível de Fermi na temperatura em questão (item 8.7), mas certamente é crescente com a temperatura. A faixa de temperatura onde apenas fração dos átomos doadores estão ionizados chama-se região de congelamento (T menor que aproximadamente 100 K para Si). Para temperatura acima da faixa de congelamento temos uma faixa de temperatura chamada de região extrínseca de temperatura. Nesta faixa temos que todos os átomos doadores estão ionizados e ainda valem as seguintes aproximações: $n_i \ll N_D$ e $n \cong N_D$. Aumentando mais a temperatura, acima da faixa de região extrínseca de temperatura, não valem mais as duas aproximações acima, ou seja, a geração de pares elétron-lacuna por transição direta de elétrons da banda de condução para a banda de valência causa um incremento considerável na concentração dos portadores majoritários. Isto significa que a concentração intrínseca de portadores torna-se relativamente considerável. Nesta situação o semiconductor pode voltar a tornar-se novamente intrínseco, caso a temperatura seja tão alta na qual a concentração intrínseca de portadores torna-se muito maior que o nível de dopagem, como ilustra a Fig. 8.15.

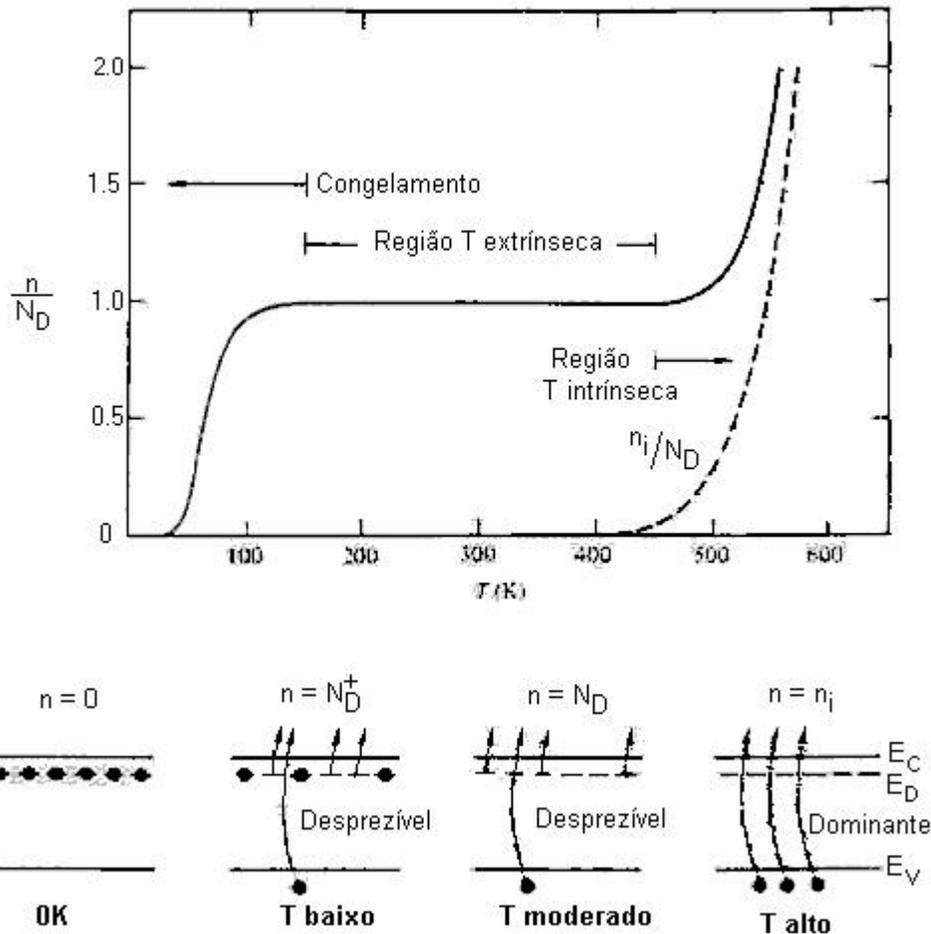


Fig. 8.15 a) Variação da concentração de portadores majoritários em Si tipo n com dopagem $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. A curva tracejada representa a variação da concentração intrínseca de portadores com a temperatura, a qual torna-se significativa a partir de temperatura maior que 400 K. b) Explicação qualitativa relativo às curvas da parte a).

8.6 Variação do Nível de Fermi com Dopagem e Temperatura

Vimos pelas relações de Boltzmann que, para o cálculo da concentração dos portadores, é necessário conhecermos a posição relativa do nível de Fermi dentro da banda proibida. Estudaremos neste item as dependências do nível de Fermi com a dopagem do material e com a temperatura.

Consideremos inicialmente um material intrínseco. Neste caso temos a partir das relações (8.20) e (8.21):

$$p = n = n_i = N_C \cdot e^{(E_i - E_C)/kT} = N_V \cdot e^{(E_V - E_i)/kT} \quad (8.32)$$

A partir de (8.32) obtém-se a posição do nível de Fermi intrínseco:

$$E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{1}{2} kT \cdot \ln \frac{N_V}{N_C} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \frac{m_p^*}{m_n^*} \quad (8.33)$$

A relação (8.33) mostra que o nível de Fermi intrínseco não é exatamente o valor médio da banda proibida, porém é bem próximo a este nível. Considerando valores de massas efetivas da Tabela 8.2 e temperatura ambiente de 300 K, obtém-se o nível de Fermi intrínseco 0.0073 eV abaixo do nível médio da banda proibida para o caso de Si (lembre-se que o valor de E_G é 1.12 eV para Si).

Para o caso de semiconductor extrínseco podemos usar as relações de Boltzmann, dadas em (8.22) e (8.23), desde que o nível da dopagem não chegue a tornar o material dito degenerado (ou seja, E_F deve estar distante dos níveis E_C e E_V com diferença maior que $3kT$). Assim obtém-se:

a) para material tipo p:

$$N_A \cong p = n_i \cdot e^{(E_i - E_F)/kT} \Rightarrow E_F = E_i - kT \cdot \ln \frac{N_A}{n_i} \quad (8.34)$$

b) para material tipo n:

$$N_D \cong n = n_i \cdot e^{(E_F - E_i)/kT} \Rightarrow E_F = E_i + kT \cdot \ln \frac{N_D}{n_i} \quad (8.35)$$

A Fig. 8.16 mostra a variação do nível de Fermi versus concentração da dopagem em Si, considerando temperatura ambiente, calculado a partir das relações (8.34) e (8.35).

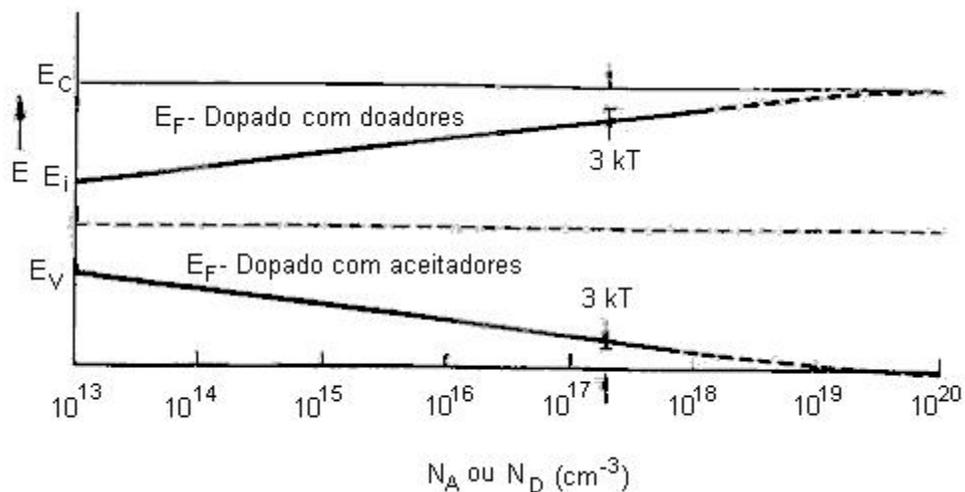


Fig. 8.16 Curvas de variação da posição do nível de Fermi com a dopagem de Si à temperatura ambiente.

Analisemos agora a variação do nível de Fermi com a temperatura do material, sempre considerando equilíbrio térmico. Para determinar a posição do nível E_F devemos resolver o seguinte sistema de equações:

$$n = N_C \cdot e^{(E_F - E_C)/kT} \quad (8.36)$$

$$p = N_V \cdot e^{(E_V - E_F)/kT} \quad (8.37)$$

$$N_D^+ = N_D [1 - F(E_D)] \quad (8.38)$$

$$N_A^- = N_A \cdot F(E_A) \quad (8.39)$$

$$p - n + N_D^+ - N_A^- = 0 \quad (8.40)$$

$$\text{sendo que: } F(E_D) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot e^{(E_F - E_D)/kT}} \quad (8.41)$$

O fator $\frac{1}{2}$ na expressão (8.41) deve-se ao fato do nível E_D apresentar uma degenerescência quântica, ou seja, este estado pode ser ocupado tanto por um elétron de spin + como de spin -. Isto aumenta a sua probabilidade de ocupação.

Consideremos o caso de material de Si do tipo n, sem aceitadores. Neste caso, realizando as substituições e simplificações pertinentes, a relação (8.40) fica como segue:

$$N_V \cdot e^{(E_V - E_F)/kT} - N_C \cdot e^{(E_F - E_C)/kT} + N_D \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot e^{(E_F - E_D)/kT}} = 0 \quad (8.42)$$

A determinação do nível de Fermi pode ser realizada pela solução da equação (8.42) acima. A resolução desta equação não é trivial, mas pode ser realizada por métodos numéricos.

No caso do material estar em temperatura maior que a região de congelamento dos dopantes, temos ionização completa dos mesmos. Neste caso, o procedimento de cálculo do nível de Fermi torna-se bem mais simples. Calcula-se inicialmente a concentração intrínseca de portadores pela relação (8.25). Em seguida podemos calcular as concentrações de portadores pelas relações (8.30) e/ou (8.31). Tendo a concentração de um dos portadores, podemos calcular o nível de Fermi diretamente por uma das relações de Boltzmann, relações (8.22) e/ou (8.23).

A Fig.8.17 apresenta as soluções determinadas pelos procedimentos expostos acima para material tipo p e para material tipo n, com vários níveis de dopagem. As curvas da Fig. 8.17 merecem as seguintes interpretações:

- À temperatura de 0 K, o nível de Fermi localiza-se junto a E_D para material tipo n e junto a E_A para material tipo p. Isto é conseqüência do fato da função de Fermi ser abrupta a esta temperatura, sendo que os estados dos átomos doadores em $E = E_D$ de material tipo n estão todos ocupados e os estados dos átomos aceitadores em $E = E_A$ de material tipo p estão todos desocupados.
- A altas temperaturas, o nível de Fermi tende ao nível de Fermi intrínseco do material. Isto é explicado pelo fato da alta taxa de geração térmica de portadores, tornando a dopagem desprezível, comparada aos portadores térmicos. Para semicondutores com maior nível de dopagem, é necessário maior temperatura para alcançar esta situação.

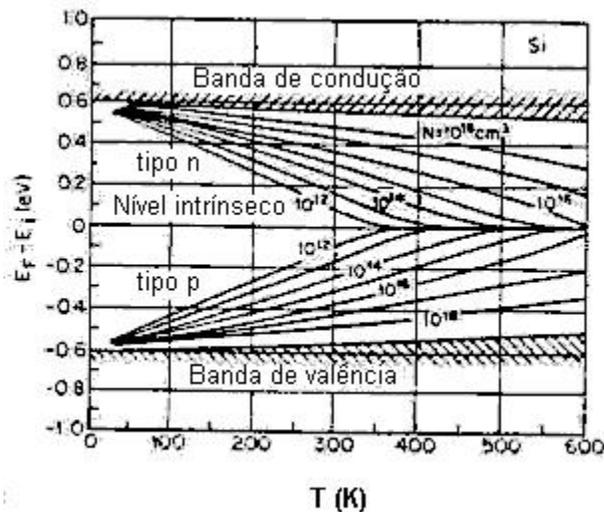


Fig 8.17 Curvas da posição do nível de Fermi versus temperatura calculada para materiais tipo p e tipo n com diferentes valores de dopagem.

8.7 Ações de Portadores

Nos itens anteriores estudamos modelos relativos aos portadores em condições de equilíbrio térmico, ou seja com temperatura uniforme e sem aplicação de outra forma de energia externa, tipo potência elétrica, radiação luminosa ou outras. No entanto, os semicondutores são utilizados normalmente fora desta condição de equilíbrio, como por exemplo, com passagem de corrente elétrica, ou ainda recebendo luz. Mesmo assim, o estudo dos itens anteriores é fundamental, pois os seus resultados serão usados como referência para os casos de fora do equilíbrio térmico. Neste e nos próximos itens estudaremos as ações que os portadores podem exercer sob algum estímulo externo, ou mesmo em alguns casos de condições de equilíbrio térmico. Estas ações são as de deriva, de difusão, de geração e recombinação, emissão termiônica, tunelamento e avalanche. Neste capítulo estudaremos apenas as três primeiras ações.

8.7.1 Ação de Deriva

A ação de deriva de portadores é o movimento dos mesmos como resposta à aplicação ou presença de um campo elétrico no material. Como descrito pela teoria de eletromagnetismo, portadores livres respondem a um campo aplicado no sentido de neutralizar o mesmos. Desta forma, cargas positivas movimentam-se no sentido do campo elétrico e cargas negativas movimentam-se em sentido contrário, como ilustrado na Fig. 8.18. A corrente elétrica resultante deste movimento pode ser expresso por:

$$I = q.A.(p.v_p + n.v_n) \quad (8.43)$$

onde: A é a seção de área do semiconductor, v_p e v_n são as velocidades de deriva ou de deslocamento das lacunas e dos elétrons respectivamente.

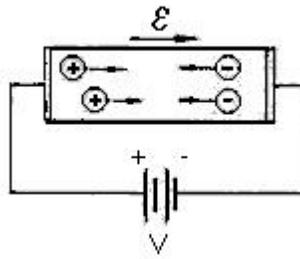


Fig 8.18 Movimento de deriva dos portadores em uma barra semicondutora submetida a um campo elétrico.

As concentrações dos portadores necessários para calcular a corrente podem, em muitos casos, ser determinadas supondo o semicondutor em equilíbrio, como apresentado nos itens anteriores. O que falta determinar portanto, são as velocidades de deriva das lacunas e elétrons, resultantes da aplicação do campo elétrico.

Mesmo sem campo elétrico aplicado, os portadores estão continuamente em movimento, devido à energia térmica que recebem. Este movimento térmico é no entanto em direção randômica, de forma que, não há um movimento líquido de portadores. A velocidade térmica dos portadores pode ser estimado a partir da energia cinética média dos portadores e dada por:

$$E_C = \frac{1}{2} m^* v_{ter}^2 = \frac{3}{2} kT \quad (8.44)$$

Considerando a massa efetiva de elétrons em Si e temperatura ambiente, obtém-se velocidade térmica de 2.3×10^7 cm/s e energia cinética média de 0.04 eV. Esta energia cinética significa que em média os elétrons tem energia que corresponde a nível de 0.04 eV acima do mínimo da banda de condução, E_C . O valor da velocidade térmica, da ordem de 10^7 cm/s, é um valor relativamente bem alto. Comparando com a velocidade da luz, ela é da ordem de um milésimo desta. O movimento térmico randômico dos portadores não é do tipo linear contínuo, mas sim por movimento interrompido por colisões de vários tipos. Após cada colisão o portador muda de direção, mantendo no entanto a randomicidade, como ilustrado na Fig. 8.19a. Com aplicação de campo elétrico, tem-se superposto ao movimento Brauniano, uma aceleração das cargas pelo campo elétrico entre uma colisão e outra, como ilustrado na Fig. 8.19b, resultando num deslocamento líquido. Entre os instantes das colisões, os portadores apresentam variação da velocidade dada por:

$$v(t) = v(0) + a.t \quad (8.45)$$

onde: a é a aceleração dada pela força do campo elétrico, ϵ , dada por $a = \frac{q \cdot \epsilon}{m^*}$

Podemos considerar que a média das velocidades iniciais após as colisões seja 0, dado que as colisões resultam em novas direções totalmente aleatórias, sobretudo se considerarmos que, para campos elétricos não muito intensos, a velocidade de deriva dos portadores ainda é muito menor que sua velocidade térmica. Definimos τ_c como sendo o tempo médio entre colisões dos portadores. Desta forma podemos calcular a velocidade média de deriva, v_d , a partir da relação (8.45), resultando:

$$v_d = \frac{a \cdot \tau_c}{2} = \frac{q \epsilon \tau_c}{m^* 2} = \mu \cdot \epsilon \quad (8.46)$$

onde: $\mu = \frac{q \cdot \tau_c}{2 \cdot m^*}$ é chamado de mobilidade do portador, dado em [cm²/V.s].

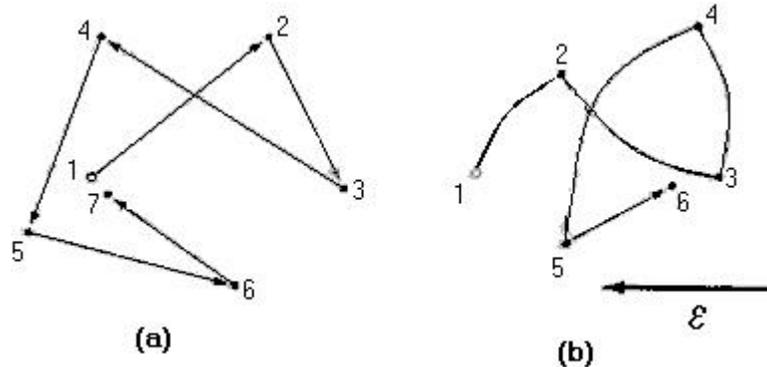


Fig. 8.19 a) Ilustração do movimento térmico randômico de portadores a $T > 0$ K e sem campo elétrico aplicado e b) deslocamento líquido de portadores submetidos a um campo elétrico superposto ao movimento randômico.

A relação (8.45) mostra que a velocidade de deriva dos portadores é proporcional ao campo elétrico aplicado, ao contrário de termos uma aceleração constante e proporcional ao campo elétrico como acontece com cargas submetidos a um campo elétrico no espaço livre. Este resultado aplica-se a todos os sólidos em geral, dando origem à conhecida lei de Ohm.

A validade da relação (8.45) é confirmada experimentalmente para campos elétricos não muito intensos, como mostram as curvas da Fig. 8.20. Para campos elétricos fracos, o tempo médio entre colisões é constante e determinado pela velocidade térmica dos portadores. Para campos elétricos intensos no entanto, a velocidade de deriva torna-se da mesma ordem de grandeza da velocidade térmica, causando uma redução do tempo médio entre colisões, com conseqüente redução da mobilidade. Por este motivo, fica impossível aumentar a velocidade dos portadores além de uma velocidade de saturação, da ordem de 10^7 cm/s, como indicam as curvas da Fig. 8.20. Da relação (8.45), temos que a mobilidade depende diretamente do tempo médio entre colisões e inversamente proporcional à massa efetiva dos portadores. Isto explica porque a mobilidade de elétrons e lacunas em Si são diferentes entre Si (tempo médio entre colisões das lacunas deve ser bem menor, dado que sua massa efetiva é menor que a do elétron, ver Tabela 8.2) e porque a mobilidade de elétrons em GaAs é bem maior que em Si (massa efetiva de elétrons em GaAs é bem menor que em Si, ver Tabela 8.2). Observa-se no entanto uma particularidade interessante na curva de velocidade de deriva de elétrons em GaAs, com uma redução de velocidade para campos acima de 3×10^3 V/cm. Isto é explicado pela transição de estados dos elétrons quando estes adquirem maior energia cinética.

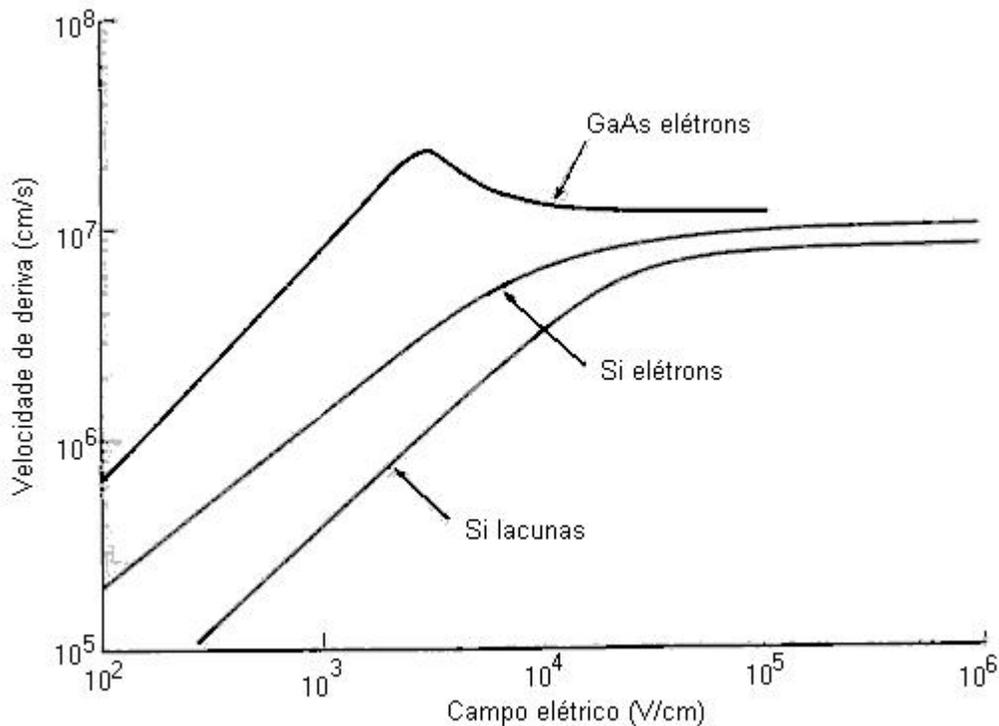


Fig. 8.20 Variação da velocidade de deriva versus campo elétrico aplicado para elétrons e lacunas de Si e elétrons em GaAs.

Para campo elétrico intenso estes elétrons passam de estados do mínimo principal da banda de condução para o mínimo secundário, onde a massa efetiva é maior (ver Fig. 7.12). A massa efetiva não varia apenas com o tipo de portador e com o tipo do material, mas também com a direção cristalina, ou seja com a orientação cristalina do plano da corrente elétrica. Como consequência, em Si, a mobilidade de elétrons é maior em planos (100), enquanto que a mobilidade de lacunas é maior em planos (111).

Vimos acima que a mobilidade varia linearmente com o tempo médio entre colisões. Mas o que são estas colisões afinal? As colisões não incluem apenas colisões do portador com o núcleo dos átomos, mas sobretudo espalhamentos (“scattering”) causados por perturbação no potencial periódico da rede cristalina. Num potencial periódico ideal fixo, cálculos de mecânica quântica não prevêm espalhamentos do portador e portanto nem troca de energia com a rede. Num cristal real a $T > 0$ K, tem-se três possíveis causas de espalhamentos dos portadores:

- Espalhamento com o potencial oscilante da rede, causada pela vibração térmica do átomos do material, ou seja, com a energia dos fónons. Quanto maior a temperatura, maior a amplitude desta vibração, maior a perturbação do potencial eletrostático da rede, maior a seção de choque do espalhamento e portanto aumenta a probabilidade do espalhamento do portador.
- A presença de impurezas, tipo dopantes ou outros, causa uma perturbação contínua do potencial eletrostático na posição do mesmo. Esta perturbação constitui uma fonte de espalhamento do portador ao se deparar com a mesma. Esta fonte de espalhamento é mais pronunciada quanto maior a densidade de impurezas e quanto menor a temperatura, quando o espalhamento com os fónons é reduzido.

- Como terceira fonte de espalhamento temos os defeitos cristalográficos tipo vacâncias, discordâncias, etc. Estes também introduzem perturbações no potencial periódico da rede, dando origem a espalhamento dos portadores. Nos cristais disponíveis de semicondutores, esta fonte de espalhamento normalmente é insignificante.

A frequência de colisões é dada pela soma das colisões de cada tipo. Desprezando a frequência de colisões por defeitos cristalográficos, resulta:

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_{ter}} + \frac{1}{\tau_{imp}} \quad (8.47)$$

Como conseqüência podemos também desmembrar a mobilidade em dois termos correspondentes como segue:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{ter}} + \frac{1}{\mu_{imp}} \quad (8.48)$$

A Fig. 8.21 mostra a variação da mobilidade de elétrons em Si versus temperatura parametrizado com o nível de dopagem N_D . Para baixas dopagens, prevalece o efeito do espalhamento térmico sobre a curva da mobilidade. Mostra-se que o tempo médio entre colisões com os átomos da rede, bem como a mobilidade, segue uma relação proporcional a $T^{-3/2}$. Para altas dopagens tem-se um efeito predominante do espalhamento com impurezas, sobretudo a baixas temperaturas. Mostra-se que o tempo médio entre colisões com impurezas, bem como a mobilidade, segue uma relação proporcional a $T^{3/2}$. Uma explicação para este último comportamento é como segue. A energia térmica do portador aumenta com a temperatura (ver relação 8.44), enquanto que a energia potencial de uma carga em torno de uma impureza ionizada é independente da temperatura e dada por:

$$E_p = \frac{Z \cdot q^2}{4\pi\epsilon_{Si}r} \quad (8.49)$$

Assim, quanto maior a temperatura, a energia potencial relativa ao íon torna-se desprezível comparada com a energia térmica do portador, como conseqüência o portador tende a não mais sentir o efeito da impureza, aumentando assim o tempo médio entre estas colisões.

A variação da mobilidade de elétrons e de lacunas com o nível de dopagem em Ge, Si e GaAs para temperatura fixa de 300 K é mostrada na Fig. 8.22. Valores típicos de mobilidade de portadores para vários semicondutores à temperatura ambiente e com baixa dopagem ($< 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) são apresentados na Tabela 8.4. Observa-se valores altos de mobilidades de elétrons para semicondutores compostos tipo III-V, especialmente os de menor valor de banda proibida.

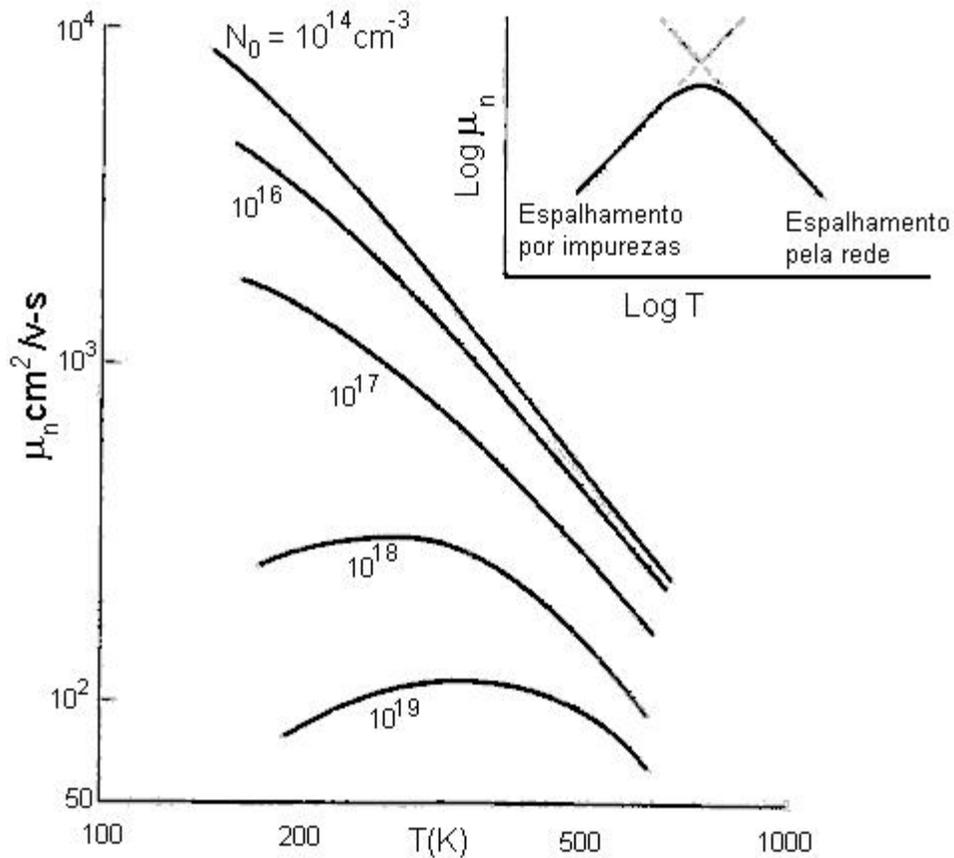


Fig. 8.21 Variação da mobilidade de elétrons em Si versus temperatura, parametrizado com o nível de dopagem N_d . O inserto ilustra a variação das duas componentes (térmica e impurezas) da mobilidade com a temperatura.

Tabela 8.4 Valores de mobilidade de elétrons e de lacunas e do valor de E_G em vários semicondutores, para baixa dopagem e temperatura fixa de 300 K.

Material	E_G [eV]	μ_n [$\text{cm}^2/\text{V.s}$]	μ_p [$\text{cm}^2/\text{V.s}$]
C (diamante)	5.47	1800	1200
Ge	0.66	3900	1900
Si	1.12	1500	450
GaSb	0.72	5000	850
GaAs	1.42	8500	400
GaP	2.26	110	75
InSb	0.17	80000	1250
InAs	0.36	33000	460
InP	1.35	4600	150

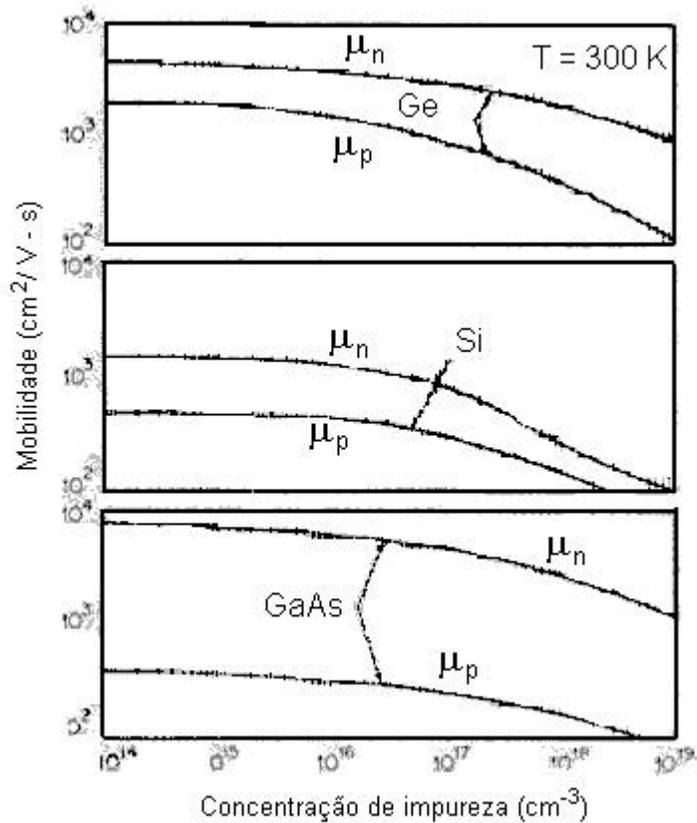


Fig. 8.22 Variação da mobilidade de elétrons e de lacunas em Ge, Si e GaAs versus nível de dopagem, à temperatura de 300 K.

Tendo agora a relação da velocidade de deriva de portadores em função do campo elétrico no material (relação 8.46), podemos voltar à expressão da corrente dada em (8.43). Desta expressão podemos escrever a densidade de corrente de deriva como dado por:

$$J_{der} = J_p + J_n = q(p \cdot v_{d,p} + n \cdot v_{d,n}) = q(p \cdot \mu_p + n \cdot \mu_n) \epsilon \quad (8.50)$$

A partir da expressão (8.50) podemos determinar a expressão da resistividade do semiconductor, ρ , dadas as definições de densidade de corrente e de resistência de uma barra de semiconductor, ilustrado na Fig. 8.23:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1}{A} \cdot \frac{V}{R} \quad R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (8.51)$$

Combinando estas definições (8.51) com a expressão (8.50) obtém-se:

$$\rho = \frac{1}{J} \frac{V}{l} = \frac{\epsilon}{J} = \frac{1}{q(p \cdot \mu_p + n \cdot \mu_n)} \quad (8.52)$$

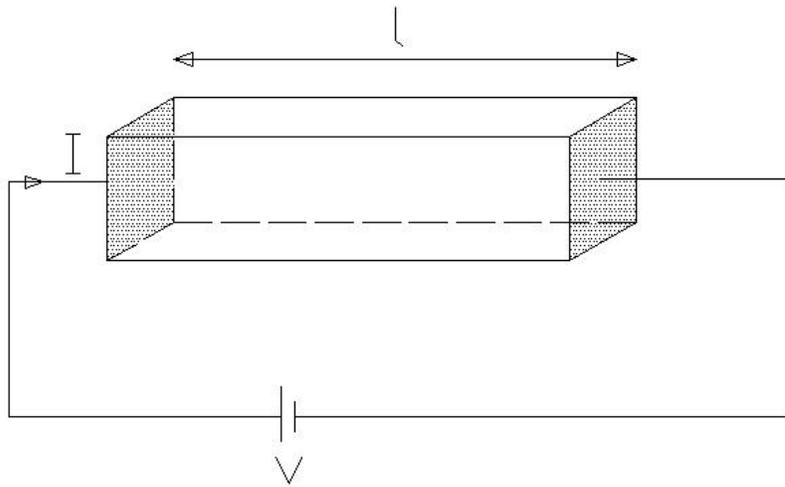


Fig. 8.23 Uma barra de material semiconductor de comprimento l e seção de área A , com uma aplicação de uma tensão V .

No caso de material tipo p ou tipo n com nível de dopagem não muito reduzido, podemos aproximar (8.52) para as seguintes expressões:

Material tipo p:
$$\rho = \frac{1}{q \cdot p \cdot \mu_p} \quad (8.53)$$

Material tipo n:
$$\rho = \frac{1}{q \cdot n \cdot \mu_n} \quad (8.54)$$

Levando em consideração a dependência da mobilidade com a dopagem, discutida acima, podemos calcular a resistividade dos materiais versus concentração da dopagem. Estas relações são apresentadas na curvas da Fig. 8.24. A resistividade pode ser medida diretamente no material semiconductor através de método de medida de 4 pontas ilustrado na Fig. 8.25. Uma ponta de prova com 4 agulhas alinhadas e eqüidistantes com distância S , é aplicada sobre a superfície do semiconductor. Uma fonte de corrente faz passar uma dada corrente I entre as agulhas 1 e 4, enquanto que entre as agulhas 2 e 3 é medida a tensão V . É demonstrado que vale a seguinte relação para a resistividade:

$$\rho = 2 \cdot \pi \cdot S \cdot F \cdot \frac{V}{I} \quad (8.55)$$

onde F é um fator de correção tabelada, que depende da geometria da amostra.

Para amostra ou camada fina e com dimensões horizontais muito maiores que a distância S entre as agulhas, mostra-se que vale:

$$\rho = \frac{\pi}{\ln 2} \cdot d \cdot \frac{V}{I} = 4.532 \cdot d \cdot \frac{V}{I} \quad (8.56)$$

onde d é a espessura da amostra ou da camada medida.

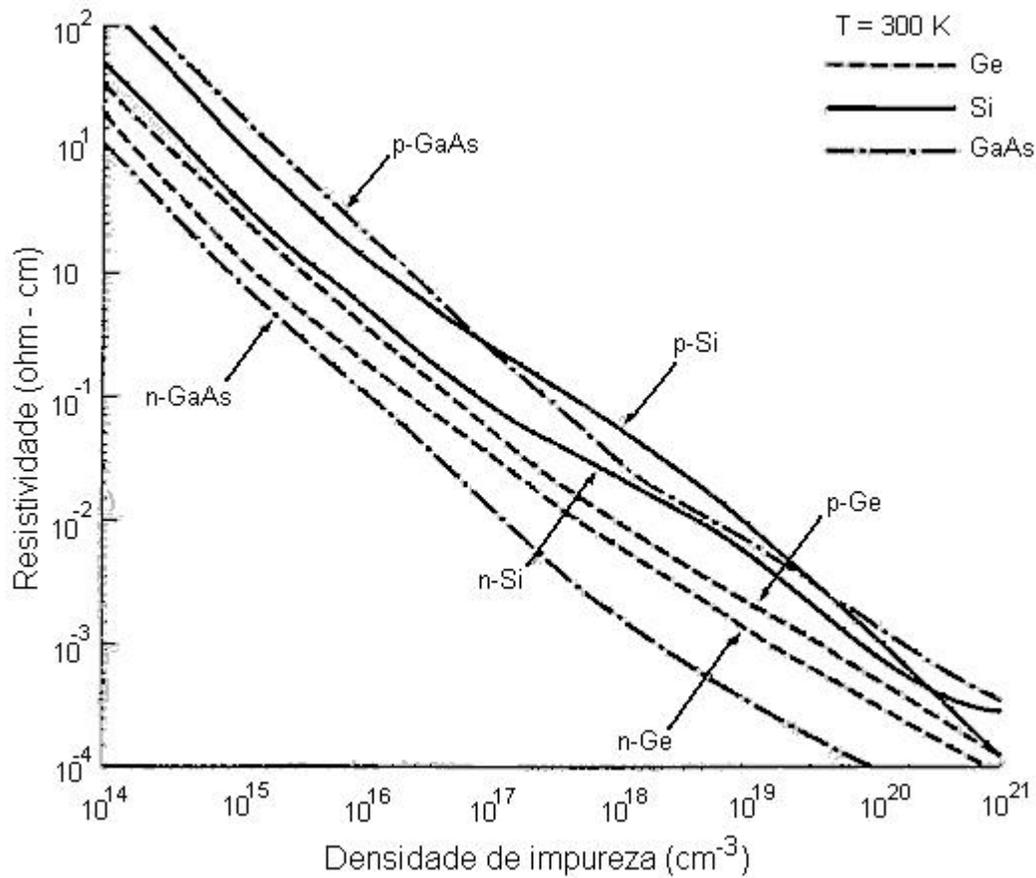


Fig 8.24 Curvas de resistividade versus nível de dopagem tipo p e tipo n, para semicondutores de Ge, Si e GaAs.

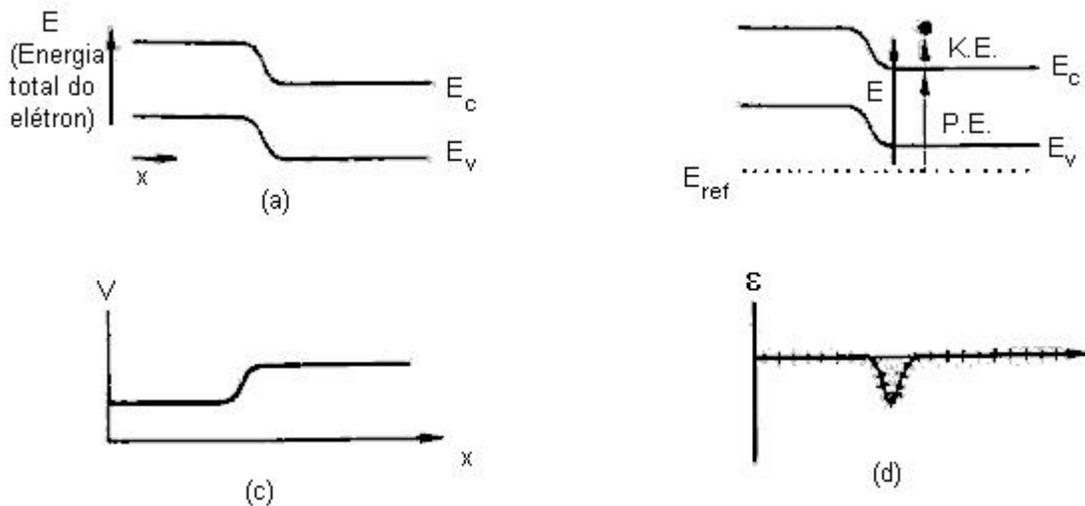


Fig. 8.25 a) Exemplo de um diagrama de banda de uma certa estrutura semicondutora (junção pn), b) Indicação de energia cinética e energia de potencial de um elétron localizado acima do mínimo da banda de condução, c) Variação do potencial eletrostático, d) Variação do campo elétrico na estrutura.

É ainda usual definir uma grandeza chamada resistência de folha ou resistência por quadrado, como sendo a resistência de uma amostra de área de superfície quadrada ($w = l$) e espessura d :

$$R_s = \rho \cdot \frac{l}{d \cdot w} = \frac{\rho}{d} \quad (8.57)$$

A ação de deriva de portadores somente ocorre quando houver um campo elétrico e ela é apreciável quando houver altas concentrações de portadores, podendo ser apreciável para os portadores majoritários. A componente de corrente de deriva muitas vezes pode ser desprezada. Vimos nas seções anteriores como determinar as concentrações dos portadores. Falta vermos como determinar o campo elétrico para completar o cálculo da corrente de deriva. Mostraremos que este também pode ser obtido diretamente do diagrama de bandas do semiconductor. Na Fig. 8.25a é mostrado um exemplo de diagrama de bandas de uma certa estrutura semicondutora. Um elétron localizado no mínimo da banda de condução apresenta apenas energia potencial em relação a uma referência arbitrária e não possui energia cinética. Qualquer energia em excesso ao mínimo da banda de condução representa energia cinética do elétron, como ilustrado na Fig. 8.25b e descrito por:

$$E = E_{Cin} + E_{Pot} \quad (8.58)$$

$$E_{Pot} = E_C - E_{Ref} \quad (8.59)$$

Por outro lado temos da teoria eletrostática que a energia potencial de um elétron é relacionada com o potencial eletrostático como:

$$E_{Pot} = -q \cdot V \quad (8.60)$$

Das relações (8.59) e (8.60) resulta:

$$V = -\frac{1}{q} (E_C - E_{Ref}) \quad (8.61)$$

Ainda da eletrostática, temos a definição do campo elétrico dada por:

$$\epsilon = -\nabla V \quad (8.62)$$

No caso de estudo unidimensional temos:

$$\epsilon = -\frac{dV}{dx} \quad (8.63)$$

Das relações (8.61) e (8.63), e considerando que dentro de um mesmo semiconductor, os níveis de energia E_C , E_V e E_i são sempre paralelos, resulta:

$$\epsilon = \frac{1}{q} \frac{dE_C}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_V}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} \quad (8.64)$$

Concluimos assim que o diagrama de bandas contém as informações sobre o campo elétrico e a variação do potencial eletrostático. Havendo variação do nível de energia das bandas existe campo elétrico, sendo dado pela relação (8.64). A variação do

potencial eletrostático também pode ser lida diretamente do diagrama, pela adição de mais um eixo vertical no gráfico, sendo seu sentido oposto ao da energia do elétron (relação 8.61).

8.7.2 Ação de Difusão

A ação de difusão de portadores ocorre sempre que houver uma variação espacial nas suas concentrações. O processo de difusão é um processo que ocorre com qualquer tipo de partícula, com ou sem carga elétrica, que tenha movimento térmico randômico. Estas partículas tendem a espalhar-se e distribuir-se uniformemente no espaço. Durante o processo ocorre um transporte líquido de partículas da região de maior concentração para as regiões de menor concentração inicial. Como exemplos de difusão temos:

- Fumaça de cigarro espalhando-se pela sala.
- Percepção do cheiro de perfume após alguém abrir um frasco do mesmo no recinto.
- Ao introduzir uma quantidade de tinta solúvel em água num copo já com água, observa-se uma mudança gradual da cor a partir do ponto onde a tinta foi adicionada.
- Um sistema hipotético com 4 compartimentos como mostrado na Fig. 8.26. Neste sistema tem-se que, durante cada intervalo de tempo τ_0 , todas as partículas de um compartimento movem-se para os compartimentos vizinhos, sendo metade para cada vizinho, com o detalhe que nas paredes externas tem-se uma reflexão das mesmas. Tendo inicialmente 1024 partículas no compartimento da esquerda, indicado na Fig. 8.26, resultam as distribuições também indicadas após alguns múltiplos do intervalo de tempo τ_0 . Após um longo período de tempo resulta uma distribuição totalmente uniforme, com 256 partículas por compartimento.

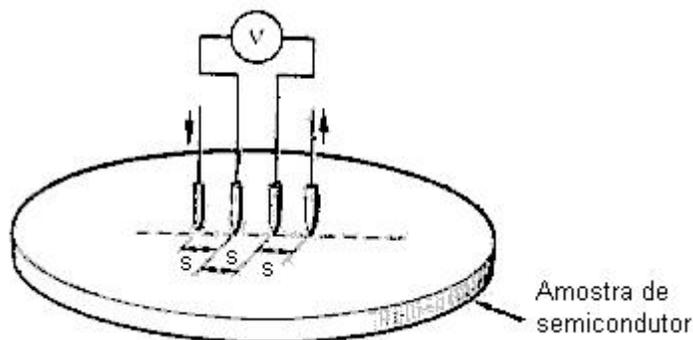


Fig 8.25ii Ilustração esquemática da medida de 4 pontas: posicionamento das 4 pontas e modo de polarização e medida.

Similarmente aos exemplos listados acima e de conhecimento empírico das pessoas em geral, o processo de difusão ocorre também com as lacunas e os elétrons em um semicondutor, dado que os mesmos possuem movimento térmico aleatório. Basta haver uma não uniformidade nas suas concentrações para ocorrer a difusão dos portadores. O gradiente na concentração de portadores constitui a força propulsora para a ação de difusão. A difusão de portadores constitui um segundo modo de transporte ou de condução de corrente elétrica em semicondutores, após o mecanismo de deriva do item anterior.

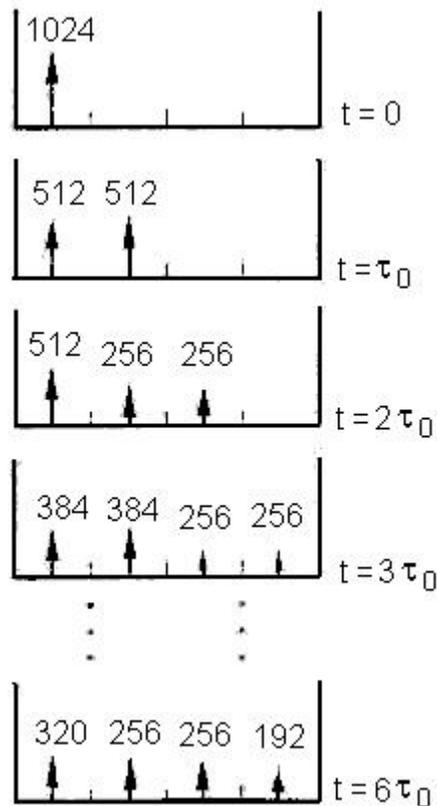


Fig. 8.26 Processo de difusão em um sistema hipotético unidimensional. Os números acima das flechas indicam a quantidade de partículas em cada compartimento no instante indicado ao lado da caixa.

Consideremos um perfil de portadores como indicado na Fig. 8.27i. Os portadores possuem velocidade térmica aleatória, de forma que, em qualquer instante, teremos igual número de portadores em A^- , indo para a direita e para a esquerda, dado como proporcional ao produto $N_2 \cdot v_{ter}$. Analogamente, em A^+ teremos igual número de portadores indo para a direita e para a esquerda, dado como proporcional ao produto $N_1 \cdot v_{ter}$. A partir deste raciocínio, podemos concluir que o número líquido de portadores atravessando o plano A, vindo de A^- e de A^+ , é dado pela diferença dos fluxos vindo de cada lado. Assim teremos o fluxo através do plano A expresso por:

$$F = \alpha \cdot (N_2 - N_1) \cdot v_{ter} \quad (8.65)$$

onde: α é uma constante de proporcionalidade, v_{ter} é a velocidade térmica dos portadores, N_2 e N_1 são as concentrações nos pontos A^- e A^+ respectivamente.

Na análise acima, os pontos A^- e A^+ devem ser tomados dentro de uma distância menor que o caminho livre médio dos portadores. Nestas condições, a relação (8.65) pode ser reescrita em forma diferencial como sendo:

$$F = -D \cdot \frac{dN}{dx} \quad (8.66)$$

onde: D é o coeficiente de difusão dos portadores, dado em $[cm^2/s]$.

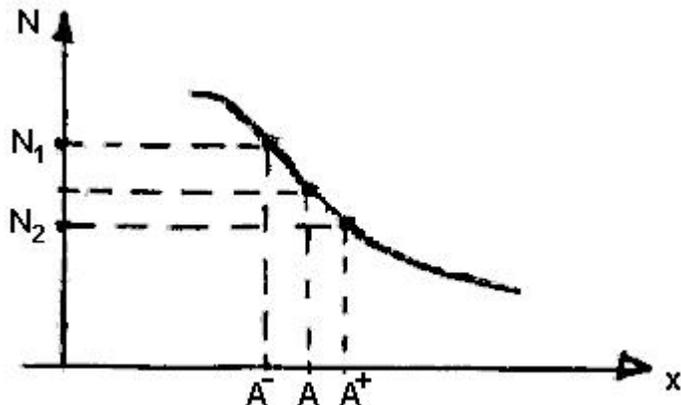


Fig 8.27 Um exemplo de perfil de portadores para análise da difusão.

O sinal negativo na expressão (8.66) deve-se ao fato que o fluxo é sempre da região de maior concentração para a região de menor concentração. Assim, se o gradiente da concentração for negativo, o fluxo será no sentido positivo (de x crescente). Por definição do sentido da corrente elétrica, esta coincide com o sentido do fluxo de lacunas e é contrário ao sentido dos elétrons. Como consequência teremos as seguintes relações para as componentes de corrente de difusão de lacunas e de elétrons, de acordo com as ilustrações da Fig. 8.27ii:

$$J_{dif,p} = -q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx} \quad (8.67)$$

$$J_{dif,N} = q \cdot D_N \cdot \frac{dn}{dx} \quad (8.68)$$

No capítulo 5, item 5.5, apresentamos a medida de ponta de prova quente para a determinação do tipo de condutividade do material, seja tipo n ou tipo p. Esta medida, realizada pela montagem do circuito como mostrado na Fig. 5.13, pode agora ser entendida, baseada no mecanismo da difusão, porém com o seguinte detalhe. Neste caso, a força propulsora não é simplesmente o gradiente de concentração dos portadores mas sim um gradiente na concentração de portadores majoritários com velocidades térmicas diferentes. Na região próxima à ponta quente, os portadores apresentam velocidade térmica, $v_{ter,1}$, maior que no resto do material, $v_{ter,2}$. Como consequência, entre 2 dois pontos próximos, aparecerá um fluxo de portadores dado por expressão similar à (8.65), porém levando em conta a diferença de velocidades térmicas:

$$F = \alpha \cdot N \cdot (v_{ter,1} - v_{ter,2}) \quad (8.69)$$

Sendo o material do tipo p por exemplo, teremos um fluxo líquido interno de lacunas da ponta quente para a região fria (ponta fria). Esta corrente terá continuidade pelo circuito fechado através do amperímetro que indicará uma corrente elétrica saindo da ponta fria para a ponta quente. No caso do semiconductor tipo n, teremos agora um fluxo interno de elétrons da ponta quente para a ponte fria. Este fluxo de elétrons terá continuidade pelo circuito do amperímetro indicando agora uma corrente elétrica contrária, ou seja, saindo da ponta quente para a ponta fria.

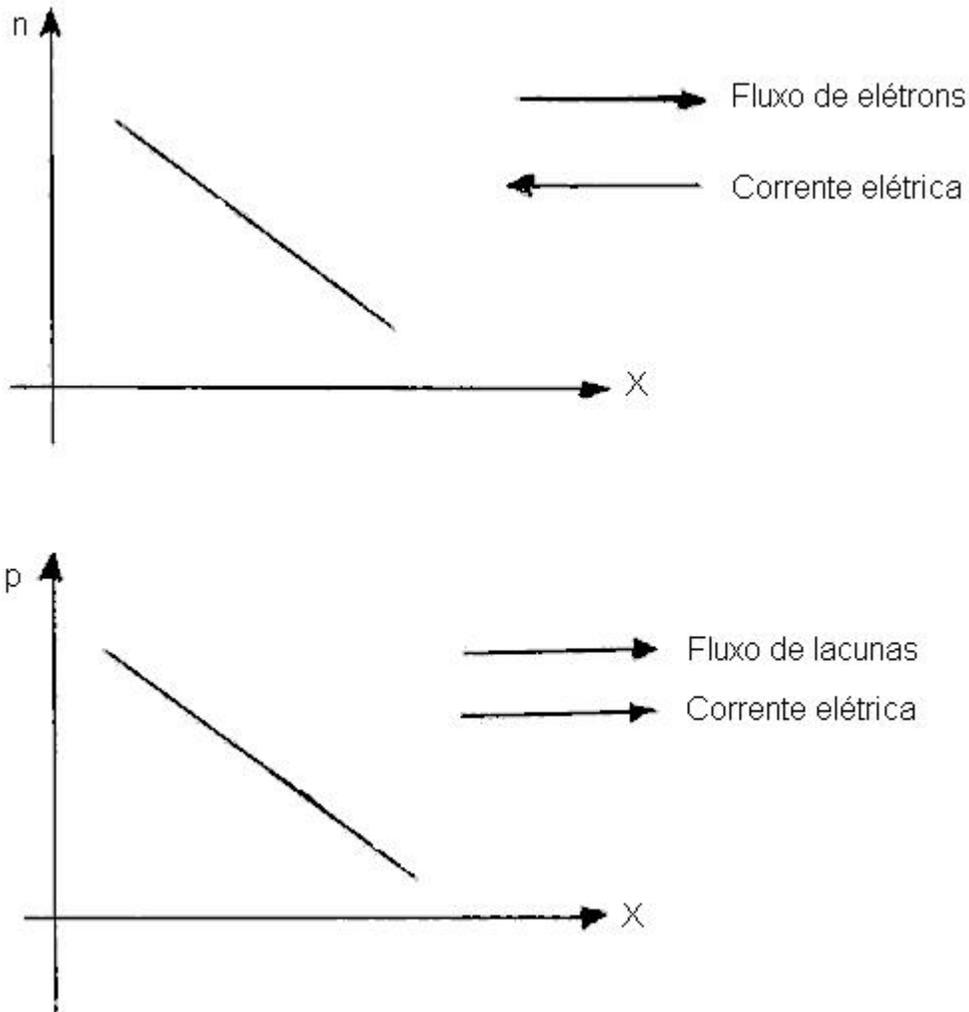


Fig 8.27ii Indicação do sentido do fluxo de portadores e da corrente elétrica por mecanismo de difusão, a partir do exemplo de gradiente negativo de concentração de portadores (com gradiente positivo de concentração resulta em sentidos de fluxo e de corrente elétrica em sentido oposto).

8.7.3 Superposição das Ações de Deriva e de Difusão

De forma geral, as ações de deriva e de difusão podem ocorrer concomitantemente, basta haver um campo elétrico e um gradiente nas concentrações. Como consequência, a corrente total é a soma das componentes de corrente de deriva e de difusão de lacunas e de elétrons. Assim podemos escrever a relação da corrente dada pelas seguintes equações:

$$J = J_p + J_N \quad (8.70)$$

onde:

$$J_p = q \cdot \mu_p \cdot p \cdot \epsilon - q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx} \quad (8.71)$$

$$J_N = q \cdot \mu_N \cdot n \cdot \epsilon + q \cdot D_N \cdot \frac{dn}{dx} \quad (8.72)$$

Mais genericamente, em espaço tridimensional, podemos escrever a relação acima como segue:

$$J_p = q \cdot \mu_p \cdot p \cdot \epsilon - q \cdot D_p \cdot \nabla p \quad (8.73)$$

$$J_N = q \cdot \mu_N \cdot n \cdot \epsilon + q \cdot D_N \cdot \nabla n \quad (8.74)$$

8.7.4 Relação de Einstein

Foi visto acima que as grandezas de mobilidade e constante de difusão de portadores são fundamentais para a modelagem do transporte de portadores no material. Foi visto também, como a mobilidade varia com a temperatura, com a concentração das impurezas e com o campo elétrico. Questão similar deve ser analisada para a constante de difusão, ou seja, como esta varia com temperatura, nível de dopagem e campo elétrico. Mostraremos que esta varia da mesma maneira que a mobilidade e que a mobilidade e constante de difusão são proporcionais entre si. Esta proporcionalidade entre estas duas grandezas é de certa forma esperada uma vez que as duas estão associadas ao movimento térmico aleatório dos portadores.

Consideremos um semiconductor em equilíbrio térmico e com dopagem variável como no exemplo da Fig. 8.28a. O diagrama de bandas correspondente é como mostrado na Fig. 8.28b. O diagrama de bandas é desenhado a partir das seguintes duas condições:

- O nível de Fermi de semiconductor em equilíbrio térmico é necessariamente constante. Caso contrário haveria uma corrente líquida de portadores. Esta condição constitui uma lei fundamental da Física e foi explicado em maior detalhe no final do capítulo 6. Ela pode ser interpretada em analogia com nível da superfície da água em tanques conectados entre si por encanamento.
- A relação de Boltzmann de concentração de portadores, em material não degenerado, dada pelas expressões (8.22) e (8.23).

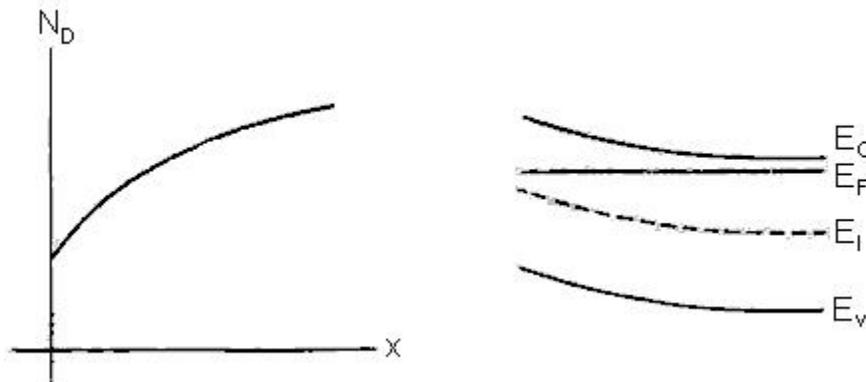


Fig 8.28 Semiconductor com dopagem não uniforme, a) exemplo de perfil de concentração de impurezas doadoras e b) correspondente diagrama de bandas.

Estando o semiconductor em equilíbrio, a densidade de corrente é necessariamente nula. Desta condição e a partir dos dados do diagrama de bandas (Fig.8.28b) podemos escrever as seguintes relações:

$$J_N = J_{der,N} + J_{dif,N} = q \cdot \mu_N \cdot n \cdot \epsilon + q \cdot D_N \cdot \frac{dn}{dx} = 0 \quad (8.75)$$

$$\epsilon = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} \quad (8.76)$$

$$n = n_i \cdot e^{(E_F - E_i)/kT} \quad (8.77)$$

$$\frac{dE_F}{dx} = 0 \quad (8.78)$$

Da relação de Boltzmann (8.77), obtemos:

$$\frac{dn}{dx} = -\frac{n_i}{kT} \cdot e^{(E_F - E_i)/kT} \frac{dE_i}{dx} = -\frac{q}{kT} \cdot n \cdot \epsilon \quad (8.79)$$

Substituindo a relação (8.79) em (8.75), obtém-se:

$$J_N = (q \cdot n \cdot \epsilon) \cdot \mu_N - (q \cdot n \cdot \epsilon) \cdot \frac{q}{kT} \cdot D_N = 0 \quad (8.80)$$

Da relação (8.80) conclui-se diretamente a relação de Einstein para elétrons, ou seja:

$$\frac{D_N}{\mu_N} = \frac{kT}{q} \quad (8.81)$$

Um raciocínio análogo leva à relação de Einstein para lacunas:

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q} \quad (8.82)$$

Embora as relações de Einstein tenham sido deduzidas considerando o semiconductor em equilíbrio térmico, elas são gerais e valem também fora do equilíbrio.

8.7.5 Processos de Geração e de Recombinação

Como discutido no item 8.2, elétrons e lacunas sofrem processo contínuo de geração e de recombinação térmica no semiconductor, sendo que em equilíbrio, as taxas de geração, G_{Ter} , e de recombinação, R_{Ter} , se igualam, mantendo as concentrações dos portadores em níveis constantes e de equilíbrio, com seu produto satisfazendo $pn=n_i^2$. No caso do semiconductor estar fora da condição de equilíbrio, tem-se que o produto dos portadores é diferente de n_i^2 e que as taxas de geração e de

recombinação de portadores são distintas. Qual das duas taxas será maior depende do tipo de condição de fora do equilíbrio, sendo no entanto no sentido de trazer o semiconductor de volta ao equilíbrio. A “reação” do material é no sentido da sua volta à condição de equilíbrio. Assim, caso tivermos uma condição de falta de portadores em relação ao equilíbrio ($pn < n_i^2$), resultará uma taxa de geração maior que a da recombinação ($G_{Ter} > R_{Ter}$). A falta de portadores reduz a taxa de recombinação como pode ser visto pela relação (8.2). No caso de termos uma condição de excesso de portadores ($pn > n_i^2$), resultará uma taxa de recombinação maior que a da geração ($R_{Ter} > G_{Ter}$), como pode ser visto diretamente da relação (8.2). O estudo dos modelos de geração e de recombinação são essenciais tendo em vista que estes mecanismos afetam as concentrações dos portadores, no espaço e no tempo, e como conseqüência influenciam diretamente a determinação das correntes de deriva e de difusão. Veremos neste item detalhes sobre os processos de geração e de recombinação de portadores bem como expressões das taxas.

Definimos inicialmente condições de baixa e de alta injeção. Define-se baixo nível de injeção quando o material, fora da condição de equilíbrio, apresentar uma perturbação significativa apenas na concentração dos portadores minoritários, sendo que esta perturbação mantém ainda a concentração dos minoritários bem menor que a concentração dos majoritários. Matematicamente podemos definir a condição de baixo nível de injeção se forem satisfeitas as seguintes condições:

i) para material tipo n

- $n_n \cong n_0$
- $\Delta p_n \ll n_0$

ii) para material tipo p

- $p_p \cong p_0$
- $\Delta n_p \ll p_0$

onde: n_0, p_0 são as concentrações em condições de equilíbrio

n, p são as concentrações em condições arbitrárias

$\Delta n = n - n_0$ é o desvio da concentração de elétrons em relação ao equilíbrio

$\Delta p = p - p_0$ é o desvio da concentração de lacunas em relação ao equilíbrio.

Como exemplo numérico ilustrativo de condição de baixa injeção, consideremos um semiconductor de Si tipo n, com dopagem $N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ à temperatura ambiente e com desvio das concentrações de portadores em relação aos valores de equilíbrio dado por $\Delta p = \Delta n = 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Como concentrações de equilíbrio temos $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ e $p_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$. Desta forma resulta $n = n_0 + \Delta n \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ e $p = p_0 + \Delta p \sim 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Observa-se que os majoritários praticamente não sofreram alteração na concentração enquanto que os minoritários tiveram um aumento de 3 ordens de grandeza na sua concentração, permanecendo no entanto em níveis bem abaixo do nível da concentração dos majoritários.

Por outro lado, a condição de alta injeção é definida como sendo a condição onde as premissas acima não forem satisfeitas.

Os mecanismos de geração e de recombinação podem incluir as seguintes formas de transições:

a) Transição banda a banda:

No mecanismo de transição banda a banda, o elétron de uma das bandas recebe ou cede energia de alguma forma e passa de um estado de uma das bandas para estado da outra banda diretamente, como ilustrado por 2 modelos de semicondutores na Fig. 8.29. No processo de fotogeração, pares de elétron-lacuna são criados pela absorção de fótons de energia maior ou igual a E_G , por elétrons da banda de valência. No processo de geração térmica direta, elétron da banda de valência recebe energia térmica pela interação com um fónon da rede cristalina. O processo de recombinação térmica direta é o processo inverso do anterior. Os 3 processos citados acima são os processos mais simples de absorção e de emissão de energia. Outros processos mais complexos são possíveis, como por exemplo o processo chamado Auger. No processo Auger, um segundo elétron participa do processo, sendo este o que cede ou recebe a energia necessária para a transição de estado do primeiro.

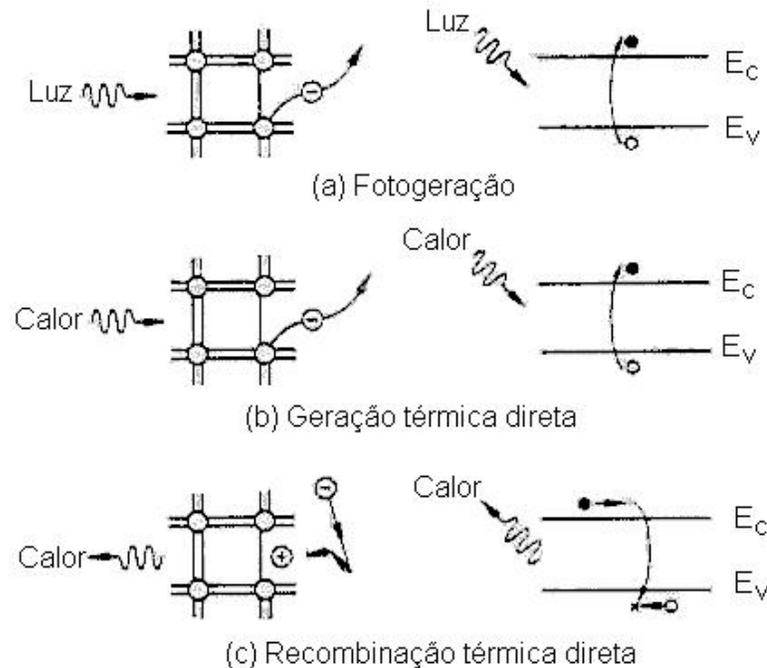


Fig. 8.29 Processos de geração e recombinação de portadores do tipo banda a banda, ilustrados em modelo de ligações (esquerda) e de bandas de energia (direita), sendo a) fotogeração, b) geração térmica direta e c) recombinação térmica direta.

Da relação (8.2) temos que em equilíbrio, quando as taxas de geração e de recombinação se igualam, vale a seguinte igualdade:

$$R = G_{ter} = \alpha \cdot n_0 \cdot p_0 \quad (8.83)$$

Comparando a relação (8.83) com a relação (8.2), podemos definir uma taxa líquida de recombinação, U , pela diferença entre as taxas de recombinação e de geração térmica, ou seja:

$$U = \alpha \cdot (n \cdot p - n_0 \cdot p_0) = \alpha \cdot (n \cdot p - n_i^2) \quad (8.84)$$

A taxa líquida de recombinação implica numa variação na concentração dos portadores, e assim temos:

$$-\frac{dp}{dt} = -\frac{dn}{dt} = \alpha \cdot (n \cdot p - n_i^2) \quad (8.85)$$

Considerando agora a condição de baixa injeção temos:

i) para material tipo n:

$$\frac{dp}{dt} = -\alpha \cdot n_0 \cdot (p - p_0) = -\frac{\Delta p_n}{\tau_p} \quad (8.86)$$

onde: $\tau_p = \frac{1}{\alpha \cdot n_0}$ = tempo de vida de minoritários p em material tipo n

ii) para material tipo p:

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha \cdot p_0 \cdot (n - n_0) = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n} \quad (8.87)$$

onde: $\tau_n = \frac{1}{\alpha \cdot p_0}$ = tempo de vida de minoritários n em material tipo p

O valor de α nas relações acima depende fortemente do tipo de semiconductor como mostram os dados da tabela 8.5. Observa-se que o valor da constante α é muito pequeno para materiais semicondutores com estrutura de bandas do tipo indireto, como é o caso de Ge, Si e GaP. Semicondutores do tipo direto como GaAs apresentam α com valor bem maior. Isto deve-se ao fato que apenas no caso de semiconductor com banda direta é que a transição banda a banda é significativa. No caso de semicondutores com banda indireta, a transição de elétron entre as duas bandas também requer a mudança do vetor de onda do mesmo, o que por sua vez requer a interação com uma terceira partícula, tornando o evento menos provável. Considerando o valor de α de tabela para Si e uma dopagem tipo n com $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, calcula-se um tempo de vida, pela relação (8.86), de 0.56 s. Valores experimentais de tempo de vida de minoritários medidos em Si no entanto, são ordens de grandeza menores que o valor calculado acima. Isto demonstra que neste caso o mecanismo predominante de geração e de recombinação em materiais como o Si não é o processo de transição banda a banda.

Tabela 8.5 Valores da constante α de geração e recombinação tipo banda a banda a 300 K.

Semicondutor	Ge	Si	GaP	GaAs
α	5.3×10^{-14}	1.8×10^{-15}	5.4×10^{-14}	7.2×10^{-10}

b) Transição indireta via estados profundos na banda proibida:

Em semicondutores com estrutura de banda indireta, a transição de elétrons entre as bandas se dá predominantemente via estados quânticos localizados dentro da banda proibida. Uma questão é como aparecem estados dentro da banda que é proibida. Lembramos que a banda proibida é o resultado da equação de Schrödinger

sobre o potencial periódico e infinito da rede cristalina do material. Isto é o caso de um cristal ideal e não real. Um cristal real comumente apresenta defeitos cristalográficos e certa quantidade de impurezas. Estes apresentam uma perturbação no potencial periódico do cristal e como consequência nas soluções da equação de Schrödinger, incluindo estados quânticos dentro da banda proibida do cristal ideal. Como exemplo, a Fig. 8.30 apresenta os níveis de energia de estados permitidos dentro da banda proibida do Si, para diversos tipos de impurezas. Cada impureza apresenta um nível característico. Chamamos de nível profundo quanto mais próximo o nível estiver do meio da banda e de nível raso, quanto mais próximo o nível estiver da banda de condução ou de valência. Os estados localizados dentro da banda proibida facilitam a transição de elétrons entre as banda de condução e de valência, assim como uma pedra no meio de um córrego facilita uma pessoa a atravessá-lo sem molhar os pés. Com a probabilidade da transição de um elétron entre estados é inversamente proporcional à diferença de energia entre os mesmos, um estado no meio do caminho aumenta a probabilidade da transição. Um estado raso não ajuda muito no aumento da probabilidade, uma vez que um dos passos na seqüência continua com grande diferença de energia. Porém, estados profundos, próximos ao meio da banda proibida, são os mais eficientes em aumentar a probabilidade da transição seqüencial em 2 passos. Desta forma, a análise que segue considera apenas estados profundos para a geração e recombinação térmica indireta.

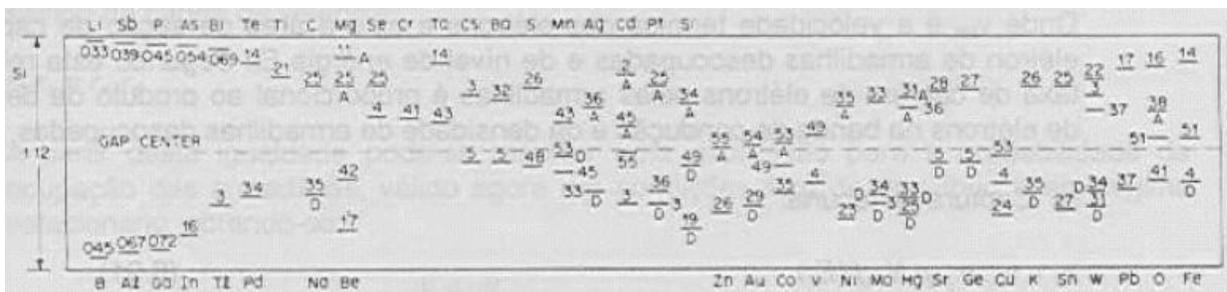


Fig 8.30 Estados quânticos intraduzidos dentro da banda proibida do Si por impurezas metálicas.

A Fig. 8.31 mostra os passos envolvidos no processo de geração e de recombinação térmica indireta. É comum chamar o estado dentro da banda proibida de armadilha, pelo fato dele poder armadilhar ou capturar um portador. Os passos são: a) emissão de lacuna (transição de elétron da banda de valência até a armadilha, com a criação de uma lacuna); b) emissão do elétron (transição do elétron da armadilha até a banda de condução); c) captura de elétron (transição de elétron da banda de condução até a armadilha); d) captura de lacuna (transição de elétron da armadilha até a banda de valência, aniquilando uma lacuna). Foi desenvolvida uma teoria por Hall, Schokley e Read, que estabelece relação para as taxas dos 4 passos citados acima, para em seguida estabelecer uma relação para a taxa líquida de recombinação. As relações propostas, baseadas em argumentos similares aos usados para o estabelecimento da relação (8.2) são:

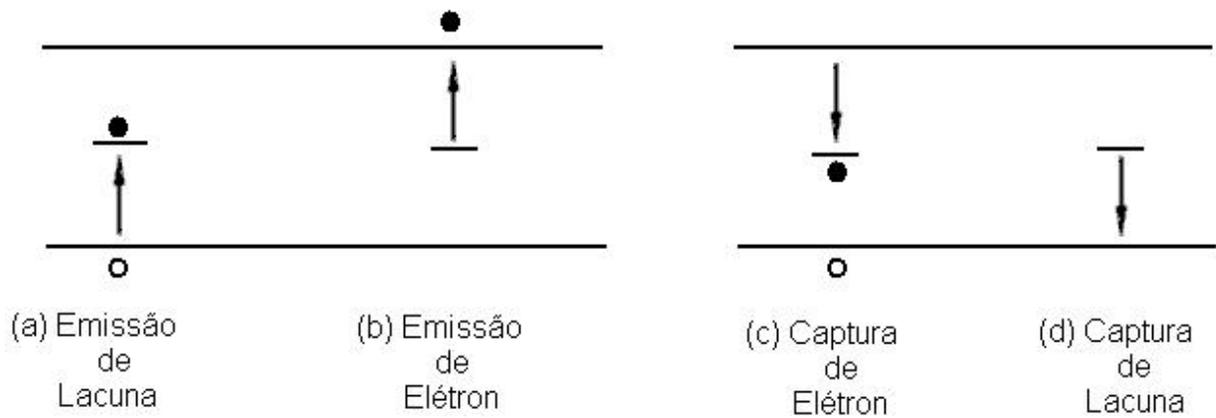


Fig. 8.31 Representação dos processos de transição de portadores entre as bandas de condução e de valência via estados profundos na banda proibida, sendo a) emissão de lacuna, b) emissão de elétron, c) captura de elétron e d) captura de lacuna.

a) Emissão de lacuna:

$$r_a = e_p \cdot N_t \cdot [1 - f(E_t)] \quad (8.88)$$

Onde: e_p é a probabilidade de emissão de lacuna, sendo uma função do nível de energia E_t da armadilha; N_t é a densidade de armadilhas (cm^{-3}); o termo entre colchetes representa a probabilidade da armadilha estar desocupada. Desta forma a expressão diz que a taxa de emissão de lacunas é proporcional à densidade de armadilhas desocupadas.

b) Emissão de elétron:

$$r_b = e_n \cdot N_t \cdot f(E_t) \quad (8.89)$$

Onde: e_n é a probabilidade de emissão de elétron e $f(E_t)$ é a probabilidade das armadilhas estarem ocupadas. Ou seja, a taxa de emissão de elétrons é proporcional à densidade de armadilhas ocupadas.

c) Captura de elétron:

$$r_c = v_{ter} \cdot \sigma_n \cdot n \cdot N_t \cdot [1 - N(E_t)] \quad (8.90)$$

Onde v_{ter} é a velocidade térmica dos elétrons e σ_n é a área de seção de captura de elétron de armadilhas desocupadas e de nível de energia E_t . Segundo esta relação, a taxa de captura de elétrons pelas armadilhas é proporcional ao produto da densidade de elétrons na banda de condução e da densidade de armadilhas desocupadas.

d) Captura de lacuna:

$$r_d = v_{ter} \cdot \sigma_p \cdot p \cdot N_t \cdot f(E_t) \quad (8.91)$$

Onde σ_p é a área de seção de captura de lacuna de armadilha ocupada e de nível de energia E_t . Também esta relação é baseada no argumento intuitivo que a taxa de captura de lacunas deve ser proporcional ao produto da densidade de lacunas na banda de valência e da densidade de armadilhas ocupadas.

Podemos determinar as constantes de probabilidade de emissão de elétrons e de lacunas, e_n e e_p respectivamente, considerando a condição de equilíbrio térmico. Nestas condições valem as seguintes relações:

$$r_a = r_d$$

$$r_b = r_c$$

Substituindo nas igualdades acima, as expressões de Boltzmann das concentrações de elétrons e de lacunas e a função de Fermi do nível de energia E_t :

$$f(E_t) = \frac{1}{1 + e^{(E_t - E_F)/kT}} \quad (8.92)$$

obtém-se:

$$a) \quad e_n = v_{ter} \cdot \sigma_n \cdot n_i \cdot e^{(E_t - E_i)/kT} \quad (8.93)$$

$$b) \quad e_p = v_{ter} \cdot \sigma_p \cdot n_i \cdot e^{(E_i - E_t)/kT} \quad (8.93)$$

Da relação (8.93) conclui-se que a probabilidade de emissão de elétrons aumenta exponencialmente com o nível de energia E_t , ou seja, aumenta se o nível aproximar-se mais do nível da banda de condução, E_C . Analogamente, da relação (8.93) tem-se que a probabilidade de emissão de lacunas é tanto maior quanto mais próximo o nível E_t estiver de E_V . Estas duas observações confirmam que as armadilhas mais eficientes no processo de geração e recombinação são realmente os de nível de energia E_t próximo ao meio da banda, E_i , pois nesta situação o produto das duas probabilidades de emissão (de lacunas e de elétrons) é máxima, correspondendo à máxima probabilidade da ocorrência dos dois processos em série.

Supondo agora o semiconductor fora de equilíbrio térmico, não será permitido usar as equações de Boltzmann de concentrações de elétrons e de lacunas, mas é assumido que as probabilidades de emissão de elétrons e de lacunas não sejam afetadas. Nestas condições e assumindo condição de regime estacionário, podemos igualar a emissão líquida de elétrons à emissão líquida de lacunas, ou seja, o número de elétrons chegando na banda de condução deve ser igual ao número de elétrons saindo da banda de valência:

$$r_b - r_c = r_a - r_d$$

A partir desta igualdade pode-se resolver uma expressão para a probabilidade de ocupação das armadilhas, válido agora em condições fora de equilíbrio e em regime estacionário, obtendo-se:

$$f'(E_t) = \frac{\sigma_n \cdot n + \sigma_p \cdot p \cdot e^{(E_i - E_t)/kT}}{\sigma_n [n + n_i \cdot e^{(E_t - E_i)/kT}] + \sigma_p [p + n_i \cdot e^{(E_i - E_t)/kT}]} \quad (8.94)$$

Substituindo esta expressão da probabilidade de ocupação das armadilhas, nas expressões das emissões e de capturas de elétrons e de lacunas, podemos determinar a taxa líquida de recombinação através de armadilhas e em regime estacionário, como sendo:

$$U = r_c - r_b = r_d - r_a$$

Efetuada as substituições nesta igualdade, resulta:

$$U = \frac{\sigma_p \cdot \sigma_n \cdot v_{ter} \cdot N_t [pn - n_i^2]}{\sigma_n [n + n_i \cdot e^{(E_t - E_i)/kT}] + \sigma_p [p + n_i \cdot e^{(E_i - E_t)/kT}]} \quad (8.95)$$

Podemos simplificar ainda esta expressão assumindo que as áreas de seção de captura de elétron (σ_n) e de lacuna (σ_p) sejam iguais (na realidade são da mesma ordem de grandeza). Neste caso teremos:

$$U = \sigma \cdot v_{ter} \cdot N_t \cdot \frac{pn - n_i^2}{n + p + 2 \cdot n_i \cdot \cosh((E_t - E_i)/kT)} \quad (8.96)$$

A expressão (8.96) mostra que a força propulsora do processo de recombinação líquido de portadores é a diferença do produto $p \cdot n$ em relação ao n_i^2 , ou seja, o quanto o material está fora da condição de equilíbrio. A taxa será positiva quando o semiconductor estiver com excesso de portadores e será negativa quando o semiconductor estiver depletado de portadores. A “resistência” contra a recombinação será mínima quando o nível de energia da armadilha for próxima ao meio da banda, E_i , e quando a soma de elétron e de lacunas for mínima. Desta forma, sendo estas armadilhas no meio da banda proibida as mais efetivas no processo de recombinação líquido, podemos limitar a análise a estas armadilhas. Nestas condições podemos reescrever (8.95) como segue:

$$U = \frac{pn - n_i^2}{\tau_p (n + n_i) + \tau_n (p + n_i)} \quad (8.97)$$

onde: $\tau_p = \frac{1}{\sigma_p \cdot N_t}$ $\tau_n = \frac{1}{\sigma_n \cdot N_t}$

Na caso de termos condição de baixa injeção, de acordo com a definição dada acima, podemos simplificar a relação (8.97) para as seguintes:

i) material tipo n:

$$U = \frac{\Delta p_n}{\tau_p} \quad (8.98)$$

ii) material tipo p:

$$U = \frac{\Delta n_p}{\tau_n} \quad (8.99)$$

De forma análoga ao caso de geração e recombinação por processo de transição direta banda a banda, também na transição via estados profundos, a taxa líquida de recombinação implica numa variação na concentração dos portadores dada por:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dn}{dt} = -U \quad (8.100)$$

sendo U dado pelas relações (8.98) ou (8.99), no caso de valerem as condições de baixo nível de injeção. Como a variação da concentração dos majoritários é relativamente desprezível, na grande maioria dos casos só interessa considerar a variação da concentração dos minoritários pela equação diferencial simples (8.100).

Com o intuito de esclarecer conceitos expostos acima, vamos supor que um semiconductor tipo n apresente uma perturbação inicial na sua concentração de portadores $\Delta p_n = \Delta n_n > 0$, dentro dos limites da condição de baixa injeção e que a fonte da perturbação seja desligada neste instante. A partir deste instante, o semiconductor tenderá a retornar à condição de equilíbrio, pela recombinação do excesso dos portadores, seguindo a equação (8.100), cuja solução neste caso será uma função exponencial no tempo, dada por:

$$\Delta p_n(t) = \Delta p_n(t=0) \cdot e^{-t/\tau_p} \quad (8.101)$$

A Fig. 8.32 ilustra este caso de estudo.

O tempo de vida de portadores minoritários pode ser interpretado como sendo o tempo médio que um excesso de portadores minoritários sobrevive num mar de majoritários. No caso da equação (8.101) tem-se que, após um tempo igual ao tempo de vida dos minoritários, a concentração do seu excesso reduz-se de um fator “e”. Temos das relações em (8.97) que o tempo de vida varia inversamente com a densidade de estados profundos, ou seja, varia com a perfeição cristalina e pureza do material semiconductor. Seus valores podem variar de muitas ordens de grandeza, desde ns até ms. A Fig. 8.33 mostra a variação do tempo de vida de lacunas em Si tipo n com contaminação variável de Au. O Au introduz um nível profundo como mostrado na Fig. 8.30, e, quanto maior sua densidade, menor o tempo de vida. A introdução de Au em Si era muito usada em circuitos digitais em tecnologia bipolar chamada TTL, com o intuito de reduzir o tempo necessário para “cortar” o transistor, ou seja, o tempo gasto para remover a carga armazenada na base no instante da transição do transistor do estado “on” para o estado “off”. A grande maioria dos CI's modernos feitos em tecnologia MOS, requer baixas correntes de fuga das junções, e para isto é necessário que o material apresente altíssimo tempo de vida de portadores. Isto significa o emprego de técnicas de processamento que resultem em alta perfeição cristalina e ausência de contaminação. É comum ainda o uso de técnicas de “gettering”, que significa a criação de região com defeitos localizados longe o suficiente da superfície, onde se encontram os dispositivos. Estes defeitos atuam como centros sorvedouros de contaminantes metálicos, limpando assim as regiões dos transistores em si. Com estes procedimentos, obtém-se tempos de vida

na faixa dos mili-segundos ou maiores, conforme dados experimentais do próprio autor (J.E.S.,1981).

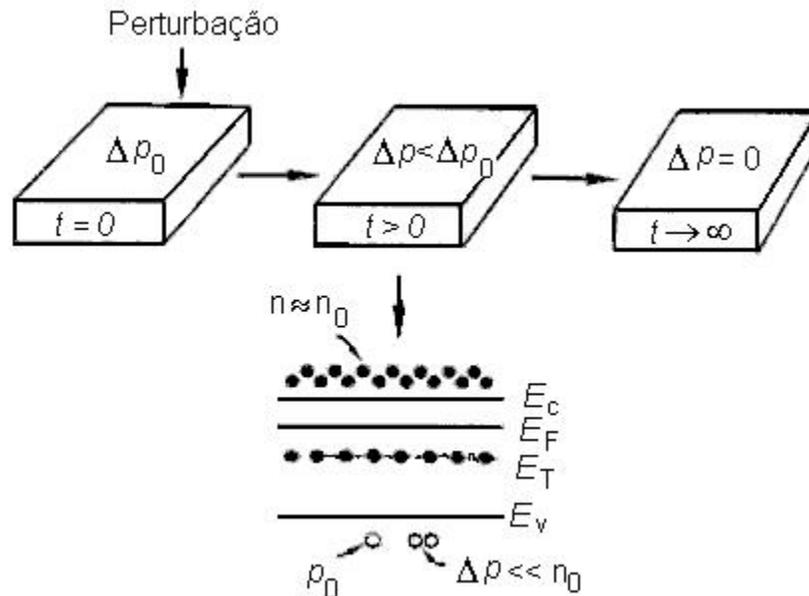


Fig. 8.32 Ilustração esquemática da situação interna de semiconductor com perturbação momentânea na concentração dos portadores em condição de baixo nível de injeção

A superfície do semiconductor deve ser tratada como uma região especial, dada que ela é única e por apresentar uma densidade de estados relativamente alta dentro da sua banda proibida. Como consequência, a taxa líquida de recombinação na superfície sempre é alta. Ao invés de usar o termo de tempo de vida de portadores numa camada fina junto à superfície, é conveniente definir uma velocidade de recombinação superficial de portadores, S_0 , dado por:

$$S_0 = \sigma \cdot v_{ter} \cdot N_{st} \quad (8.102)$$

onde N_{st} é a densidade efetiva de estados de superfície. Usando esta definição, a relação (8.96) pode ser reescrita na seguinte forma para a região da superfície (considerando apenas os estados em $E = E_i$):

$$U_s = \sigma \cdot v_{ter} \cdot N_{st} \cdot \frac{p_s \cdot n_s - n_i^2}{n_s + p_s + 2 \cdot n_i} = S_0 \cdot \frac{p_s \cdot n_s - n_i^2}{n_s + p_s + 2 \cdot n_i} \quad (8.103)$$

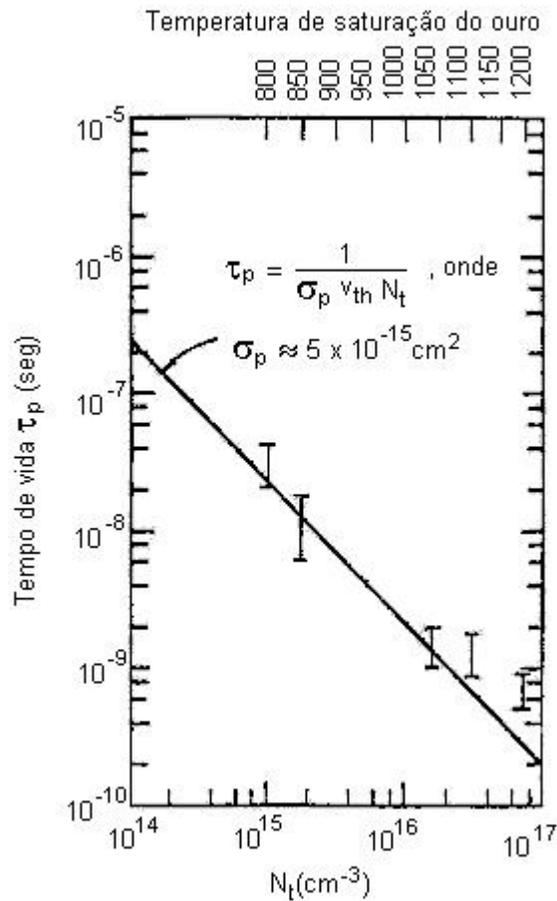


Fig. 8.33 Relação entre concentração de Au em Si tipo n e o tempo de vida dos seus portadores minoritários.

Os índices s nas concentrações referem-se às concentrações de portadores na superfície. Por meio de uma estrutura de um capacitor MOS é possível variar as concentrações dos portadores na superfície do semiconductor, pela variação da polarização do eletrodo de porta, V_G (ver capítulo 10). Como consequência observa-se uma variação da corrente reversa de um diodo como mostrado na Fig. 8.34. Dos degraus na corrente, associados a mudanças nas condições de superfície do semiconductor, pode-se determinar o valor de S_0 . Valores menores que 1 cm/s podem ser obtidos, sendo que quanto melhor a qualidade da superfície, menor o seu valor. Cuidados especiais no processamento dos circuitos integrados são necessários, para resultar em superfície sem contaminação de impurezas e de alta qualidade da terminação do cristal e sua transição com a camada isolante.

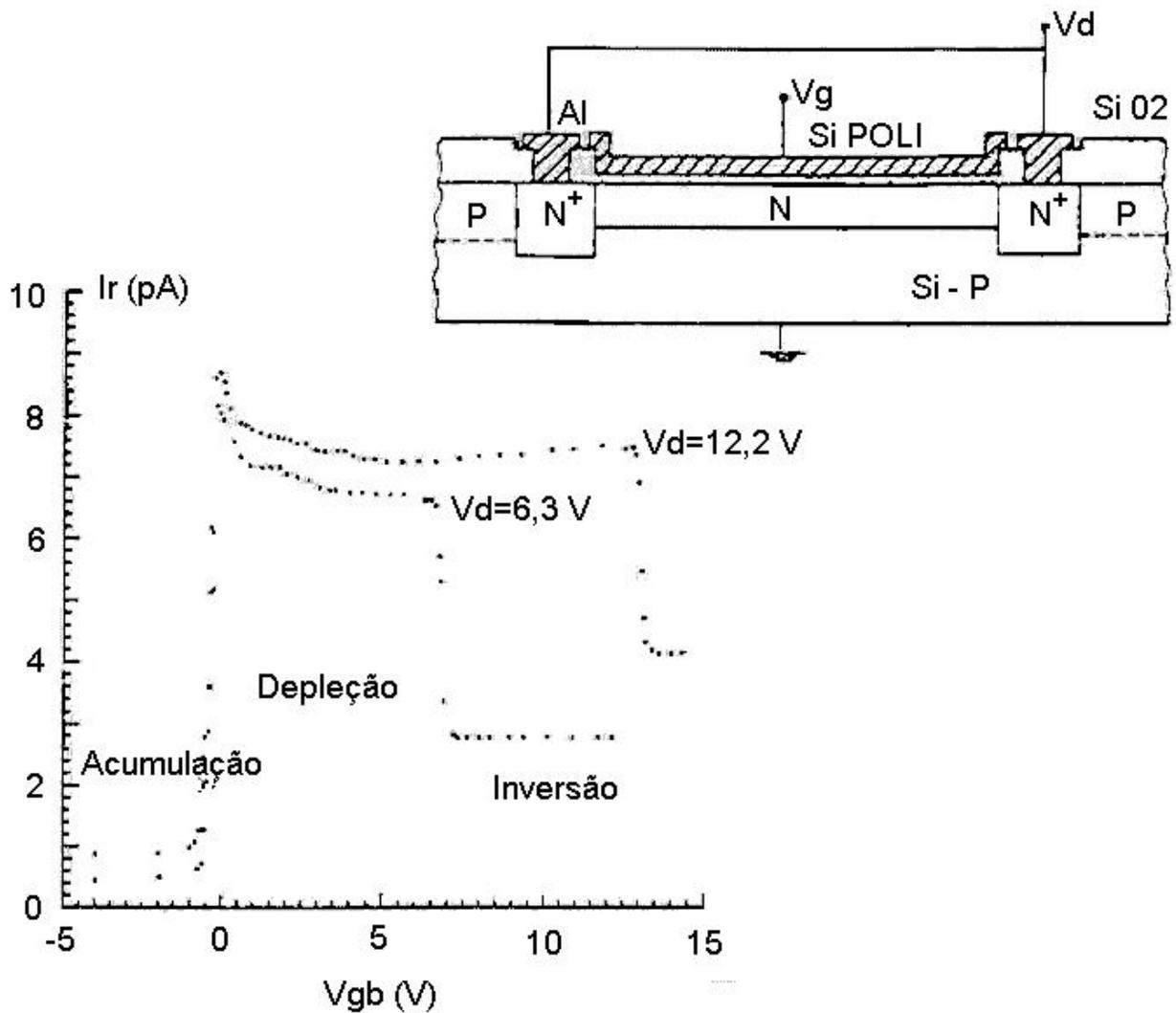


Fig. 8.34 Estrutura de diodo pn controlado por porta MOS e curvas de corrente reversa versus tensão aplicada à porta (trabalho do autor, S.S.E., 1983).

8.8 Equações de Estado de Semicondutores

As ações dos portadores ou mecanismos de transporte podem ocorrer ao mesmo tempo. Assim, a determinação do estado de um sistema semiconductor só pode ser determinado se considerarmos o efeito combinado das mesmas. O equacionamento conjunto destas ações leva ao desenvolvimento das equações de estado, ou seja, as equações básicas necessárias para determinar o estado do semiconductor. Estas equações, juntamente com a lei de Gauss, permitem resolver muitas das questões encontradas em semicondutores e dispositivos fabricados com os mesmos.

8.8.1 Equação de Continuidade

Cada ação de portadores pode causar uma alteração na variação da concentração de portadores no espaço e no tempo. Assim, uma variação na

concentração de portadores deve ser expressa como a soma das contribuições de todos as possíveis ações, dada abaixo:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t}\Big|_{der} + \frac{\partial n}{\partial t}\Big|_{dif} + \frac{\partial n}{\partial t}\Big|_{R-G,ter} + \frac{\partial n}{\partial t}\Big|_{outros} \quad (8.104)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t}\Big|_{der} + \frac{\partial p}{\partial t}\Big|_{dif} + \frac{\partial p}{\partial t}\Big|_{R-G,ter} + \frac{\partial p}{\partial t}\Big|_{outros} \quad (8.105)$$

onde “outros” refere-se à soma de todas as outras possíveis ações, tais como geração de portadores por luz ou outro tipo de radiação, geração de portadores por efeito piezoelétrico, transporte por tunelamento, emissão termiônica, geração de portadores por impacto, etc.

A equação de continuidade dos dois portadores significa que só pode haver variação na concentração de portadores num ponto, através dos mecanismos de transporte e de geração e recombinação de portadores, baseado no princípio de conservação de portadores. Consideremos por simplicidade apenas as ações de transporte por deriva e por difusão. Neste caso, podemos expressar a contribuição destas duas ações na equação da continuidade através da seguinte relação:

$$\frac{\partial n}{\partial t}\Big|_{der} + \frac{\partial n}{\partial t}\Big|_{dif} = \frac{1}{q} \cdot \nabla \cdot \vec{J}_n \quad (8.106)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}\Big|_{der} + \frac{\partial p}{\partial t}\Big|_{dif} = -\frac{1}{q} \cdot \nabla \cdot \vec{J}_p \quad (8.107)$$

O raciocínio usado no estabelecimento da relação (8.106) é o seguinte. Considerando um volume infinitesimal do semiconductor, com uma dada densidade de corrente J_1 entrando no mesmo, e uma densidade de corrente J_2 saindo, teremos uma variação na concentração de elétrons dada pela diferença das duas densidades de corrente. Se J_2 for maior que J_1 , significa que a quantidade de elétrons entrando no volume é maior que a quantidade de elétrons saindo (lembre-se que o fluxo de elétrons é no sentido contrário ao do sentido da densidade de corrente), como consequência, haverá um aumento na concentração de elétrons no volume. Raciocínio análogo deve ser usado para justificar a expressão (8.107), com a ressalva de que no caso da densidade de corrente de lacunas, esta tem o sentido na mesma direção ao do fluxo das lacunas. Como consequência, teremos um aumento na concentração de lacunas quando a densidade de corrente J_1 (entrando) for maior que a densidade de corrente J_2 (saindo). Isto significa o sinal negativo expresso na relação (8.107).

Substituindo as relações (8.106) e (8.107) nas relações da equação de continuidade, respectivamente (8.104) e (8.105), resulta:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \cdot \nabla \cdot \vec{J}_n + \frac{\partial n}{\partial t}\Big|_{R-G,ter} + \frac{\partial n}{\partial t}\Big|_{outros} \quad (8.108)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \nabla \cdot \vec{J}_p + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{R-G,ter} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{outros} \quad (8.109)$$

As equações de continuidade nas formas (8.108) e (8.109) são totalmente genéricas e podem ser usadas na determinação de soluções de $n(x,y,z,t)$ e $p(x,y,z,t)$ em problemas de estudo de fenômenos e dispositivos. A resolução requer, no entanto, que sejam conhecidas e substituídas expressões para os termos “R-G,ter” e “outros”. Normalmente, a resolução é obtida por métodos numéricos usando programa de computador.

8.8.2 Equações de Difusão de Portadores Minoritários

As duas formas da equação da continuidade dadas em (8.108) e (8.109) podem ser simplificadas e apresentar soluções analíticas se forem válidas certas condições, listadas abaixo. Estas condições e conseqüentes simplificações permitem transformar as equações de continuidade nas equações chamadas equações de difusão de portadores minoritários, como veremos a seguir. As condições assumidas são:

- o sistema em estudo pode ser considerado unidimensional
- a análise é limitada a portadores minoritários
- o campo elétrico na região em análise pode ser aproximado a zero
- a concentração de equilíbrio dos portadores minoritários não varia com x.
- as condições de baixo nível de injeção são válidas
- o termo “outros” (variação da concentração de portadores por outros processos) é limitado à geração de portadores por luz, ou seja, não ocorrem os outros processos, exceto possivelmente, incidência de luz.

Considerando as condições expostas, podemos introduzir as seguintes simplificações nas expressões associadas à equação da continuidade, assumindo o caso de material tipo p, ou seja, os minoritários sendo elétrons:

$$\frac{1}{q} \cdot \nabla \cdot \vec{J}_n = \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_n}{\partial x} \quad (\text{sistema unidimensional})$$

$$J_n = q \cdot \mu_n \cdot n \cdot E + q \cdot D_n \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \cong q \cdot D_n \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \quad (\text{campo elétrico } \sim 0)$$

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial n_0}{\partial x} + \frac{\partial \Delta n}{\partial x} = \frac{\partial \Delta n}{\partial x} \quad (n_0 \text{ não varia com } x)$$

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{R-G,ter} = -\frac{\Delta n}{\tau_n} \quad (\text{baixo nível de injeção})$$

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{outros} = G_L$$

(“outros” inclui apenas luz, sendo G_L a taxa de fótons incidentes e absorvidos com geração de pares elétron-lacunas; logicamente G_L será nula, no caso de material não iluminado)

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n_0}{\partial t} + \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{\partial \Delta n}{\partial t} \quad (n_0 \text{ não pode variar no tempo})$$

das primeiras 3 simplificações acima obtemos ainda:

$$\frac{1}{q} \cdot \nabla \cdot \vec{J}_n = D_n \cdot \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2}$$

Substituindo estas relações simplificadas acima na equação da continuidade (8.108) para elétrons em material tipo p, obtemos:

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = D_n \cdot \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L \quad (8.110)$$

Um procedimento análogo nos leva à equação de difusão de portadores minoritários para lacunas, em material tipo n:

$$\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_p \cdot \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L \quad (8.111)$$

8.8.3 Simplificações e Soluções Específicas das Equações de Difusão de Portadores Minoritários

Apresentaremos a seguir simplificações possíveis das equações de difusão de portadores minoritários em alguns casos particulares de interesse e suas soluções. Estas simplificações e soluções particulares são de grande utilidade na análise e resolução de muitos problemas relativos a dispositivos e/ou fenômenos em semicondutores.

i) Simplificações:

a) Caso de estado estacionários: $\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = 0$, ou, $\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = 0$

b) Sem gradiente de concentração: $D_n \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} = 0$, ou, $D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} = 0$

c) Sem R-G térmico: $\frac{\Delta n_p}{\tau_n} = 0$, ou, $\frac{\Delta p_n}{\tau_p} = 0$

d) Sem luz: $G_L = 0$

ii) Soluções de casos particulares: (usamos como exemplo material tipo p ou minoritários de elétrons; caso de material tipo n é similar)

a) Caso de estado estacionário e sem luz:

$$\text{Equação: } 0 = D_n \cdot \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n}$$

$$\text{Solução: } \Delta n_p(x) = A \cdot e^{-x/L_n} + B \cdot e^{x/L_n}$$

Onde: $L_n \equiv \sqrt{D_n \cdot \tau_n}$, A e B são constantes a serem determinadas pelas condições de contorno do problema.

b) Caso sem gradiente de concentração e sem luz:

$$\text{Equação: } \frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n}$$

$$\text{Solução: } \Delta n_p(t) = \Delta n_p(0) \cdot e^{-t/\tau_n}$$

c) Caso de estado estacionário e sem gradiente de concentração:

$$\text{Equação: } 0 = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L$$

$$\text{Solução: } \Delta n_p = G_L \cdot \tau_n$$

c) Caso de estado estacionário, sem R-G térmico e sem luz:

$$\text{Equação: } 0 = D_n \cdot \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2}$$

$$\text{Solução: } \Delta n_p(x) = A + B \cdot x$$

Onde A e B são constantes a serem determinadas pelas condições de contorno do problema.

8.8.4 Lei de Gauss

Além da equação de continuidade, ou da sua derivação na equação de difusão de portadores minoritários, em muitos casos há necessidade também da lei de Gauss para a completa determinação do estado do semiconductor. Sobretudo na determinação do campo elétrico e do potencial interno do semiconductor, a lei de Gauss é essencial, como ficará claro no desenvolvimento do capítulo 10, onde

estudaremos vários tipos de junções. Os leitores já devem conhecer a lei de Gauss de disciplina de eletromagnetismo. Reproduzimos a seguir a lei de Gauss com intuito de recordá-la, dada sua importância para o estudo de dispositivos semicondutores.

A lei de Gauss estabelece que a integral da densidade de fluxo elétrico normal à superfície sobre uma superfície fechada iguala-se à integral da densidade de carga elétrica, ρ , no volume interno à superfície. Matematicamente ela é expressa como:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V \rho \cdot dv \quad (8.112)$$

Ela ainda pode ser expressa na forma equivalente diferencial dada em (8.113), que é uma das equações de Maxwell de eletromagnetismo:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (8.113)$$

Em semicondutores, o interesse maior é pelo campo elétrico e não pelo vetor de fluxo elétrico. Desta forma, é conveniente substituir o vetor D pelo campo vetor de campo elétrico, de acordo com a relação (8.114), válido para meios isotrópicos com constante dielétrica ϵ_s :

$$\vec{D} = \epsilon_s \cdot \vec{E} \quad (8.114)$$

Efetuada esta substituição em (8.113) resulta:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_s} \quad (8.115)$$

Lembrando agora que por definição de potencial elétrico, V, este relaciona-se com o campo elétrico pela relação abaixo:

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (8.116)$$

Substituindo (8.116) em (8.115) obtemos:

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_s} \quad (8.117)$$

A relação (8.117) é chamada de equação de Poisson. Esta relação é equivalente à equação diferencial da lei de Gauss e ela pode ser usada para determinar o campo elétrico e o potencial elétrico versus posições x, y e z, se a distribuição de densidade de cargas for conhecida.

8.8.5 Exemplos de resolução de Problemas

Com o intuito de facilitar a absorção dos conceitos apresentados neste item a ganhar familiaridade na resolução de problemas de semicondutores, apresentaremos neste item 2 problemas e suas soluções:

a) Problema nº 1:

Seja um semiconductor fino de Si, tipo n com dopagem uniforme de doadores igual a 10^{15} cm^{-3} e temperatura de 300 K. No instante $t=0$, uma fonte de luz é ligada e isto resulta na geração de 10^{17} pares de elétron-lacunas $\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$, uniformemente ao longo de todo semiconductor. Assumindo que o material tenha tempo de vida de minoritários de 10^{-6} s, determine a função $\Delta p_n(t)$ para $t>0$.

Este é um problema típico para ser resolvido pela equação de difusão de portadores minoritários. Antes de usar esta equação, no entanto, devemos verificar se as premissas adotadas para a mesma sejam satisfeitas, ou seja:

- O problema limita-se a portadores minoritários.
- A concentração de portadores de equilíbrio é constante. Isto é satisfeito dado que a concentração de dopantes é constante.
- O termo “outros” na equação limita-se ao processo de geração por luz. O problema não cita outras fontes.
- O campo elétrico é nulo.
- Falta ver se a condição de baixo nível de injeção é satisfeita. Devemos assumir esta condição a priori e verificar se está correta após termos a solução determinada.

Agora, antes de escrever a equação (8.111), devemos verificar as possíveis simplificações que podem ser aplicadas. Como o enunciado afirma que a geração de pares elétrons-lacunas é uniforme ao longo de todo semiconductor, teremos que $\Delta p_n(x,y,z)$ será também uniforme. Como estamos interessados na solução unidimensional, usaremos então que $\Delta p_n(x)$ é constante. Como resultado temos que:

$$D_n \cdot \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} = 0$$

Introduzindo esta simplificação na relação (8.111), temos:

$$\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = -\frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L$$

A solução genérica desta equação diferencial é:

$$\Delta p_n(t) = G_L \cdot \tau_p + A \cdot e^{-t/\tau_p}$$

Como condição de contorno temos que no instante $t=0$, $\Delta p_n(0)=0$. Esta condição determina o valor de A como sendo: $A = -G_L \cdot \tau_p$. Com este valor de A, podemos escrever a solução como sendo:

$$\Delta p_n(t) = G_L \cdot \tau_p (1 - e^{-t/\tau_p})$$

A Fig. 8.35 mostra o gráfico da solução, ou seja, ao ligarmos a fonte de luz resulta um aumento exponencial do excesso de portadores, sendo que o mesmo satura após um certo intervalo de tempo (algumas vezes a constante de tempo de vida) num valor dado pelo produto $G_L \cdot \tau_p$. Falta verificar se a solução pode ser aceita como correta, ou seja, se realmente a condição de baixo nível de injeção é satisfeita. Efetuando as contas obtém-se $G_L \cdot \tau_p = 10^{17} \times 10^{-6} = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. Este resultado indica que o excesso

de portadores minoritários é sempre muito menor que a concentração de portadores majoritários, e portanto, a condição de baixo nível de injeção é satisfeita e portanto a solução obtida é correta.

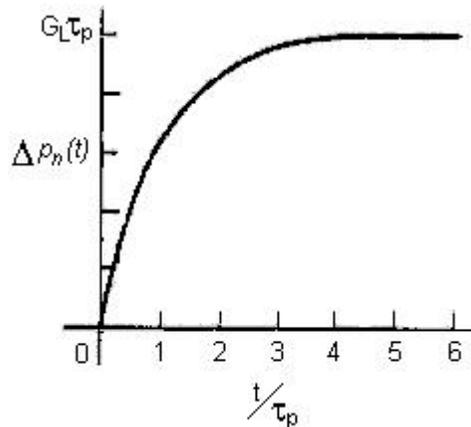


Fig. 8.35 Solução do problema nº 1, mostrando a variação do excesso de portadores gerados versus tempo, após ligar uma fonte de luz.

b) Problema nº 2:

Num semiconductor de Si semi-infinito, com dopagem tipo n uniforme com $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, incide-se luz com absorção apenas na sua superfície (Fig. 8.36a), tal que $\Delta p_n(x=0) = \Delta p_{n0} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Determine a função $\Delta p_n(x)$.

Novamente, trata-se de problema típico para ser resolvido pela equação de difusão de portadores minoritários. Inicialmente chequemos se as premissas para a equação são satisfeitas:

- É um problema unidimensional.
- É restrito a portadores minoritários.
- Não há “outros” processos de transporte e de geração e recombinação, além da geração por luz.
- É satisfeita a condição de baixo nível de injeção, tendo em vista que $\Delta p_{n, \text{MAX}} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, o que é muito menor que $n_{n0} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$.
- Falta verificar se o campo elétrico é nulo. Temos um aumento na concentração de portadores na superfície, porém satisfazendo a condição de baixo nível de injeção, ou seja, temos $p_n(x) \ll n_{n0}$. Assim, considerando a expressão de densidade de carga, resulta: $\rho = q \cdot (p - n + N_D) \cong 0$. Substituindo este valor de densidade de carga na expressão (8.115), resulta um campo elétrico nulo para qualquer posição x .

Podemos assim concluir que a equação de difusão de portadores minoritários é válida e que deve ser resolvida. O próximo passo é verificar as possíveis simplificações que se aplicam no problema. Podemos adotar a condição de estado estacionário, tendo em vista que o problema não mencionou nada sobre o tempo, indicando tratar-se de uma situação estacionária. Além disto podemos adotar $G_L = 0$ para $x > 0$, tendo em vista que há absorção de luz apenas na superfície do semiconductor. Desta forma, para $x > 0$, podemos reescrever a equação (8.111) na seguinte forma:

$$0 = D_p \cdot \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p}$$

Como solução geral desta equação diferencial temos:

$$\Delta p_n(x) = A.e^{-x/L_p} + B.e^{x/L_p}$$

Onde $L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}$. As constantes A e B devem ser determinadas a partir das seguintes condições de contorno:

- $\Delta p_n(x=0^+) = \Delta p_n(x=0) = \Delta p_{n0} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
- $\Delta p_n(x=\infty) = 0$

Estas condições de contorno resultam em:

- $B = 0$
- $A = \Delta p_{n0}$

A solução do problema é portanto:

$$\Delta p_n(x) = \Delta p_{n0} \cdot e^{-x/L_p}$$

O gráfico da solução é mostrado na Fig. 8.36b. Este exemplo mostra que, se tivermos uma fonte pontual de excesso de portadores em $x = 0$, teremos um decaimento exponencial do excesso de portadores com a distância, com comprimento característico de decaimento dado por L_p , como resultado dos processos de difusão e de recombinação deste excesso de portadores.

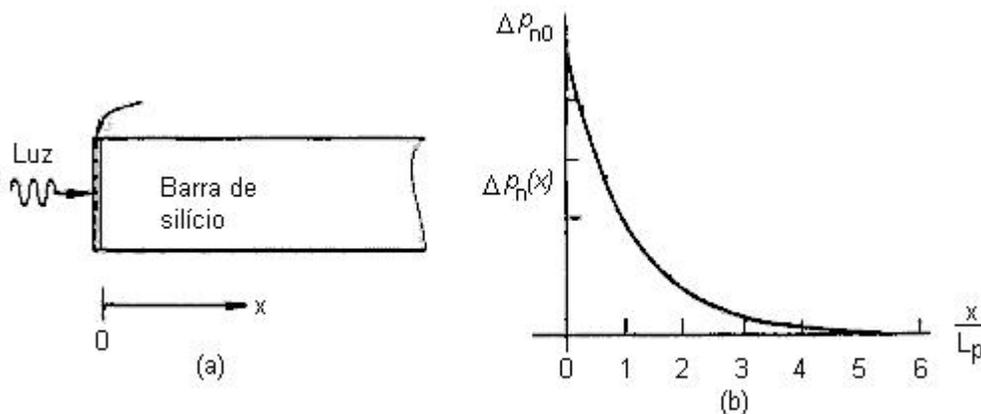


Fig. 8.36 a) Ilustração do enunciado do problema nº 2 e b) o gráfico da solução do problema, com a variação do excesso de portadores versus distância a partir da superfície do semiconductor.

8.9 Conceitos Complementares

Apresentaremos neste item 3 conceitos complementares relacionados ao estado do semiconductor, ou seja, o significado do conceito de comprimento de difusão, determinação da corrente de difusão de minoritários a partir das soluções da distribuição do excesso de minoritários e o conceito de níveis de energia de quase-Fermi.

i) Comprimento de Difusão

É bem comum encontrarmos uma situação similar ao do problema nº 2 do item anterior, ou seja, a injeção de excesso de portadores minoritários em posição definida como $x = 0$, a difusão dos mesmos para a região de $x > 0$ e sua recombinação concomitante, resultando numa solução com decaimento exponencial em x com comprimento característico dado por L_p . Este comprimento característico de decaimento é chamado de comprimento de difusão de minoritários, e dados por:

$$L_p \equiv \sqrt{D_p \cdot \tau_p} \quad \text{para lacunas} \quad (8.118)$$

$$L_n \equiv \sqrt{D_n \cdot \tau_n} \quad \text{para elétrons} \quad (8.119)$$

Fisicamente, o comprimento de difusão de portadores minoritários representa a distância média que portadores minoritários conseguem difundir-se num mar de majoritários, até serem aniquilados por processo de recombinação térmica.

Por definição de posição média de excesso de portadores (lacunas como exemplo) temos a relação:

$$\langle x \rangle = \frac{\int_0^{\infty} x \cdot \Delta p_n(x) \cdot dx}{\int_0^{\infty} \Delta p_n(x) \cdot dx} \quad (8.120)$$

Substituindo a solução do problema nº 2 na relação (8.118) obtém-se também o comprimento de difusão L_p , de acordo com a interpretação física dada acima. Uma analogia, embora tétrica, muitas vezes apresentada, é a seguinte: suponha uma boiada tentando atravessar um rio no pantanal cheio de piranhas. Nesta situação observa-se uma redução gradual no número de bois com a distância da margem inicial do rio. A distância média que os bois conseguem sobreviver no rio seria uma analogia do comprimento de difusão minoritários, dos portadores minoritários difundindo-se num mar de portadores majoritários.

Como indicação da ordem de grandeza de comprimentos de difusão de minoritários temos valores típicos de 10 a 1000 μm . Como exemplo, consideremos um material tipo n com $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ e tempo de vida $\tau_p = 1 \mu\text{s}$. À dopagem dada, corresponde uma mobilidade de lacunas de 458 $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ (ver Fig. 8.22), e correspondentemente, uma constante de difusão dado por $D_p = 0.0259 \times 458 \text{ cm}^2/\text{s}$ (relação 8.82). Substituindo estes valores em (8.118) resulta $L_p = 35 \mu\text{m}$.

ii) Corrente de Difusão de Portadores Minoritários

Como citado acima, é muito comum ter-se uma distribuição de excesso de portadores minoritários como dado na solução do problema nº 2 do item anterior. Um exemplo prático onde ocorre tal situação é nas regiões neutras de um diodo pn, a partir das bordas das regiões de depleção internas da junção, como mostrado no lado p do diodo da Fig. 8.37. O entendimento mais detalhado do diodo pn será apresentado no capítulo 10. Por ora iremos aceitar os seguintes resultados:

- O diodo apresenta uma região interna, chamada de depleção, com campo elétrico e potencial interno
- As regiões fora da região de depleção continuam neutras, ou seja com a densidade de cargas total nula.
- Pela polarização direta do diodo, serão injetados portadores minoritários na região p, oriundos do lado n.
- É aceita a seguinte condição de contorno para o excesso de portadores minoritários em $x=0$ (borda da região de depleção no lado p), dado pela chamada “lei do diodo”:

$$\Delta n_p(0) = n_{p0}(e^{qV_a/kT} - 1) \quad (8.121)$$

onde v_a é a tensão direta aplicada no diodo.

- Como condição de contorno para $x = \infty$, tem-se $\Delta n_p(\infty) = 0$.

Com as condições de contorno dados acima e a solução do problema nº 2, resulta a seguinte distribuição de portadores minoritários na região p, a partir da borda da região de depleção:

$$\Delta n_p(x) = n_{p0}(e^{qV_a/kT} - 1) \cdot e^{-x/L_n} \quad (8.122)$$

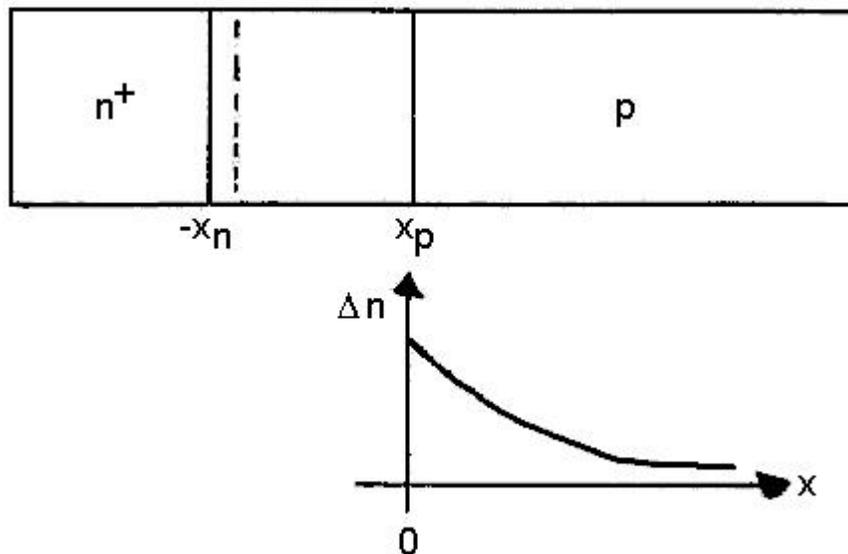


Fig. 8.37 a) Ilustração das regiões de um diodo n^+p , com uma região de depleção interna e regiões neutras a partir das bordas da primeira e b) distribuição do excesso de portadores minoritários no lado p.

Dada a distribuição de portadores minoritários acima, podemos determinar a corrente de difusão dos mesmos pela relação (8.68). Fazendo a substituição de (8.122) em (8.68) e efetuando o cálculo, obtém-se:

$$J_n(0) = q \cdot D_n \cdot \left. \frac{dn_p}{dx} \right|_{x=0} = \frac{q \cdot D_n}{L_n} (e^{qV_a/kT} - 1) \quad (8.123)$$

O resultado da expressão (8.123) é parte da expressão da corrente de um diodo, como será mostrado em maior detalhe no capítulo 10. O exposto acima visa sobretudo, mostrar a importância e utilidade do conhecimento da resolução da equação de difusão de minoritários para a determinação do estado do semiconductor

para sua posterior utilização em terminação do funcionamento de dispositivos, como por exemplo a corrente de um diodo.

iii) Níveis de Quase-Fermi

Foi exposto anteriormente que as funções estatísticas, de distribuição de elétrons nos estados quânticos, só se aplicam em casos de equilíbrio térmico, e como conseqüência, níveis de Fermi só tem sentido quando o material estiver em equilíbrio térmico. Assim, como na maioria das aplicações de dispositivos semicondutores, estes encontram-se em condições fora de equilíbrio, não será permitido usar o nível de Fermi como referência para as funções estatísticas. Para contornar este problema, define-se níveis de quase-Fermi, um para cada tipo de portador. Os níveis de quase-Fermi são definidos como níveis tais que, substituindo o nível de Fermi nas expressões de Boltzmann, estas relacionam corretamente as concentração de elétrons e de lacunas, estando o material fora de equilíbrio térmico. Ou seja, conhecendo-se as concentrações de elétrons e lacunas podemos determinar os níveis de quase-Fermi. A Fig. 8.38 apresenta diagramas de bandas a) de um semicondutor em equilíbrio e b) de um semicondutor fora de equilíbrio, com indicação dos níveis de quase-Fermi de elétrons, F_N , e de lacunas, F_P . As expressões (8.124) e (8.125) repetem as expressões de Boltzmann válidas em condições de equilíbrio, enquanto que as expressões (8.126) e (8.127) são as expressões de Boltzmann, válidas fora da condição de equilíbrio, usando as definições dos níveis de quase-Fermi.

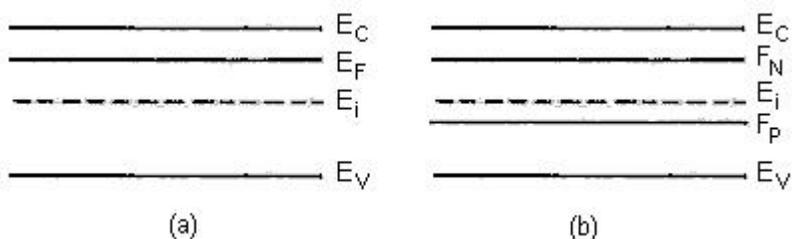


Fig. 8.38 Exemplos de uso de níveis de Fermi e de quase-Fermi em diagramas de bandas de semicondutor tipo n, a) em equilíbrio térmico e b) em condição fora de equilíbrio térmico.

$$n = n_i \cdot e^{(E_F - E_i)/kT} \quad (8.124)$$

$$p = n_i \cdot e^{(E_i - E_F)/kT} \quad (8.125)$$

$$n = n_i \cdot e^{(F_N - E_i)/kT} \quad (8.126)$$

$$p = n_i \cdot e^{(E_i - F_P)/kT} \quad (8.127)$$

A partir das expressões (8.126) e (8.127) podemos determinar os níveis de quase-Fermi de elétrons e de lacunas como sendo:

$$F_N \equiv E_i + kT \cdot \ln \frac{n}{n_i} \quad (8.128)$$

$$F_p \equiv E_i - kT \cdot \ln \frac{p}{n_i} \quad (8.129)$$

Quando um sistema semiconductor retornar à sua condição de equilíbrio, tem-se que ambos os níveis de quase-Fermi retornarão ao nível de Fermi. Comparando os diagramas de bandas da Fig. 8.38, pode-se concluir que o semiconductor com diagrama da Fig. 8.38b encontra-se em condição de baixo nível de injeção. Esta conclusão deve-se ao fato do nível de quase-Fermi dos majoritários coincidir com o nível de Fermi de equilíbrio e que a distância ($F_N - E_i$) continuar relativamente maior que a distância ($E_i - F_p$). Deste último fato tem-se que a concentração dos portadores minoritários continua bem menor que a concentração dos portadores majoritários.

Tendo apresentado o conceito básico dos níveis de quase-Fermi podemos discutir algumas conseqüências resultantes da sua definição:

a) Também já foi apresentado anteriormente que o produto pn iguala-se a n_i^2 apenas quando o semiconductor estiver em equilíbrio térmico. Agora, com a definição dos níveis de quase-Fermi podemos estabelecer uma relação válida genericamente. Efetuando o produto pn pelas expressões (8.126) e (8.127) obtém-se:

$$pn = n_i^2 \cdot e^{(F_N - F_p)/kT} \quad (8.130)$$

b) Novas expressões de densidade de corrente de elétrons e de lacunas podem ser desenvolvidas a partir das definições dos níveis de quase-Fermi. Temos a corrente de lacunas dada pela expressão (8.71):

$$J_p = q \cdot \mu_p \cdot p \cdot \epsilon - q \cdot D_p \cdot \nabla p \quad (8.131)$$

O gradiente da concentração de lacunas pode ser obtido a partir de (8.127), resultado em:

$$\nabla p = \frac{n_i}{kT} \cdot e^{(E_i - F_p)/kT} \cdot (\nabla E_i - \nabla F_p) = \frac{p}{kT} \cdot (\nabla E_i - \nabla F_p) \quad (8.132)$$

Da relação (8.64), na sua forma genérica, temos que:

$$\epsilon = \frac{1}{q} \cdot \nabla E_i \quad (8.133)$$

Substituindo (8.133) em (8.132) resulta:

$$\nabla p = \frac{q \cdot p}{kT} \cdot \epsilon - \frac{p}{kT} \cdot \nabla F_p \quad (8.134)$$

Substituindo agora (8.134) em (8.131) temos:

$$J_p = q \cdot \left(\mu_p - \frac{q \cdot D_p}{kT} \right) \cdot p \cdot \epsilon + \frac{q \cdot D_p}{kT} \cdot p \cdot \nabla F_p \quad (8.135)$$

Temos da relação de Einstein (8.82) que:

$$\frac{q \cdot D_p}{kT} = \mu_p \quad (8.136)$$

Pela substituição de (8.136) em (8.135) temos:

$$J_p = \mu_p \cdot p \cdot \nabla F_p \quad (8.137)$$

De forma análoga, deduz-se relação similar para densidade de corrente de elétrons, dada por:

$$J_n = \mu_n \cdot n \cdot \nabla F_n \quad (8.138)$$

As relações (8.137) e (8.138) mostram que corrente líquida de lacunas ou de elétrons existe apenas quando houver um gradiente no nível de quase-Fermi de lacunas ou de elétrons, respectivamente. Como gradientes dos níveis de quase-Fermi existem apenas para o semiconductor fora do equilíbrio térmico, existe corrente líquida de portadores apenas neste caso. Inversamente, podemos concluir que um semiconductor em equilíbrio térmico não pode ter corrente líquida de lacunas e/ou de elétrons.

c) Exemplo de aplicação dos níveis de quase-Fermi ao problema nº 2 do item 8.8.5. Tínhamos como solução do problema as seguintes concentrações dos portadores:

$$p_n = p_{n0} + \Delta p_n(x) = p_{n0} + \Delta p_{n0} \cdot e^{-x/L_p}$$

$$n_n = n_{n0} + \Delta n_n(x) \cong n_{n0}$$

onde tínhamos: $n_{n0} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $p_{n0} = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ e $\Delta p_{n0} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

A partir destas distribuições de portadores e das relações anteriores relacionadas aos níveis de quase-Fermi podemos realizar as seguintes análises:

c1) *Estabelecer relações para os níveis de quase-Fermi:*

Os níveis de quase-Fermi podem ser determinados diretamente das relações (8.128) e (8.129). Desta forma, com base nas distribuições de portadores acima, obtemos:

$$F_n \cong E_i + kT \cdot \ln \frac{n}{n_i} \cong E_i + kT \cdot \ln \frac{n_{n0}}{n_i} = E_F$$

$$F_p \cong E_i - kT \cdot \ln \frac{p}{n_i} = E_i - kT \cdot \ln \left[\frac{p_{n0}}{n_i} + \frac{\Delta p_{n0}}{n_i} \cdot e^{-x/L_p} \right]$$

No intervalo próximo à origem do eixo x , temos que $\Delta p_n(x) \gg p_{n0}$. Enquanto for válida esta desigualdade podemos aproximar a expressão do nível de quase-Fermi de lacunas como:

$$F_p \cong E_i - kT \cdot \ln \left[\frac{\Delta p_{n0}}{n_i} \cdot e^{-x/L_p} \right] = E_i - kT \cdot \ln \frac{\Delta p_{n0}}{n_i} + kT \cdot \frac{x}{L_p}$$

Esta relação mostra que, próximo à origem, o nível de quase-Fermi de lacunas varia linearmente com a distância.

c2) *Desenhar os diagramas de banda com base nos níveis de Fermi e de quase-Fermi a) em condição de equilíbrio e b) fora de equilíbrio, sob iluminação:*

Com base nos dados do problema nº 2 e nas expressões dos níveis de quase-Fermi estabelecidos acima, podemos calcular os seguintes dados relativos aos diagramas de bandas:

Calculando o nível de quase-Fermi F_p em $x = 0$, obtemos: $F_p = E_i$. Para $x > 0$ mas próximo à origem foi mostrado que F_p aumenta linearmente com x . No caso de x muito elevado ($x = \infty$) obtemos do cálculo de F_p :

$$F_p = E_i - kT \cdot \ln \left[\frac{p_{n0}}{n_i} + \frac{\Delta p_{n0}}{n_i} \cdot e^{-\infty/L_p} \right] \cong E_i - kT \cdot \ln \frac{p_{n0}}{n_i} = E_F$$

Com estes dados podemos desenhar os diagramas de bandas em equilíbrio e no caso fora de equilíbrio, sob iluminação, como mostrado na Fig. 8.39.

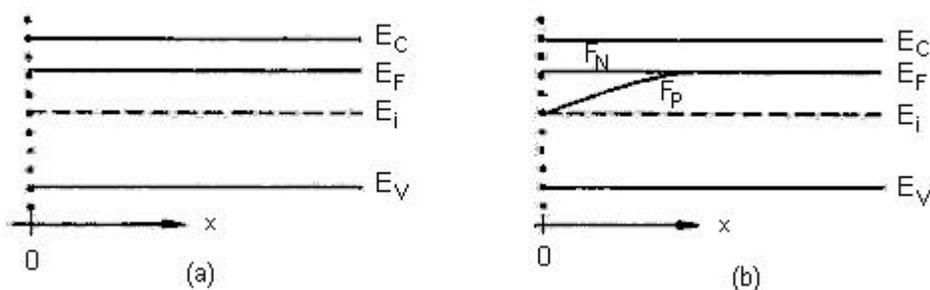


Fig. 8.39 Diagramas de banda do Si relativo ao problema nº 2 do texto, a) em condição de equilíbrio e b) em condição fora de equilíbrio, sob iluminação constante da sua superfície.

c3) *Análise sobre densidades de corrente em regime estacionário:*

Vemos da Fig. 8.39b e da análise acima que o nível de quase-Fermi de lacunas varia próximo à superfície do Si iluminado. Como F_p não é constante, temos da relação (8.137) que existe corrente líquida de lacunas no sentido positivo, ou seja, partindo da superfície. Para x muito elevado no entanto, o nível de quase-Fermi tende ao nível de Fermi de equilíbrio, com gradiente nulo. Assim devemos nos perguntar se isto resultará num acúmulo de lacunas em $x = \infty$. Para responder a esta questão, vejamos primeiramente o que acontece com a corrente líquida de elétrons. Da relação (8.138) podemos calcular esta densidade de corrente. Como o nível de quase-Fermi de

elétrons, F_N , é aproximadamente constante, seu gradiente é aproximadamente nulo. Acontece que neste caso o gradiente, mesmo quase nulo, é multiplicado pela concentração dos portadores majoritários, que é muito alta. O produto destes dois fatores pode resultar num valor finito não nulo. Na verdade devemos ter uma densidade de corrente de elétrons de igual valor ao da densidade de corrente de lacunas e de sentido oposto, tal que as duas correntes se cancelem:

$$J(x) = J_p(x) + J_n(x) = 0$$

Apenas nestas condições podemos estar em condições estacionárias. O acúmulo contínuo e crescente de cargas numa região do semiconductor não corresponde a uma condição de regime estacionário. Portanto, teremos um fluxo igual de elétrons e de lacunas a partir da superfície, sendo que os mesmos são gradualmente reduzidos pelo processo de recombinação, até alcançarem concentrações iguais aos seus valores de equilíbrio e ambos fluxos de corrente se anularem.

8.10 Caracterização de Semicondutores.

No capítulo 5 citamos várias medidas de caracterização de semicondutores usadas para qualificar os cristais sintetizados. Agora, após estudar os tópicos dos itens precedentes do presente capítulo, o leitor está apto a entender várias destas técnicas de caracterização. Incluem-se entre as propriedades mais importantes dos semicondutores, que devem ser caracterizadas, as seguintes: tipo de condutividade, concentração dos portadores em equilíbrio, mobilidade dos portadores, massa efetiva dos portadores, largura da banda proibida, níveis e densidades de estados dentro da banda proibida, tempo de vida dos portadores. Descrevemos abaixo algumas das técnicas usadas para medir tais propriedades dos semicondutores.

a) *Medida de Ponta Quente:*

Esta técnica permite determinar o tipo de condutividade do semiconductor e já foi descrito neste capítulo, no item 8.7.2.

b) *Medida de Efeito Hall:*

Esta medida já foi discutida resumidamente no capítulo 2, item 2.1 e será apresentada em maior detalhe em seguida. Esta medida fornece as seguintes propriedades do semiconductor: tipo de portador majoritário, concentração do portador majoritário e a mobilidade do mesmo. O efeito Hall foi descoberto em 1879 por Edwin Hall e baseia-se na medida esquematizada na Fig. 8.40. Uma fonte de corrente faz passar corrente, por exemplo, na direção x. Sendo o material do tipo p, esta corrente será essencialmente composta por fluxo de lacunas. O campo magnético aplicado, por exemplo na direção z, produz uma força de Lorentz na direção y dada por:

$$F = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (8.139)$$

Como os vetores do campo magnético e da velocidade dos portadores são perpendiculares entre si por construção, o módulo do produto vetorial da relação (8.139) é dado pelo produto do módulo dos mesmos:

$$F = q.v.B \quad (8.140)$$

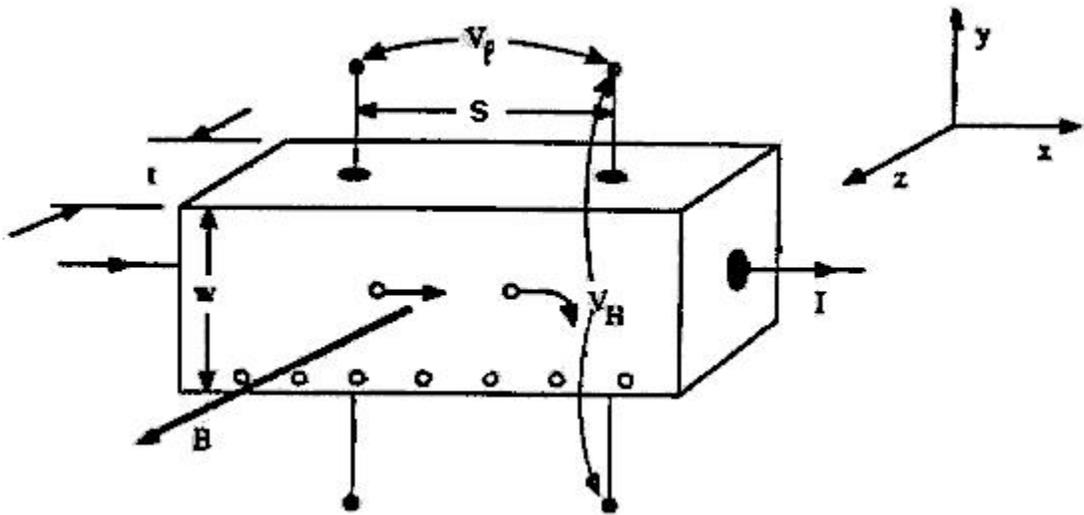


Fig. 8.40 Ilustração esquemática da medição de efeito Hall de uma amostra tipo p. Uma corrente elétrica é aplicada na direção x e um campo magnético é aplicado na direção z, resultando no aparecimento da tensão Hall entre 2 terminais entre as faces opostas na direção y.

A força de Lorentz causa o desvio das lacunas na direção perpendicular ao plano do campo magnético com a velocidade e no sentido de y negativo na Fig. 8.40. Este desvio causa um acúmulo de cargas positivas na face inferior da amostra e de carga negativa na face oposta. Estas cargas opostas armazenadas nas duas faces superior e inferior do bloco semiconductor produzem o aparecimento de um campo elétrico, causando uma força elétrica sobre as lacunas no sentido oposto ao do produzido pelo campo magnético. Em regime estacionário as duas forças se igualam em módulo, fazendo as lacunas fluir no plano horizontal, sem desvio na vertical. Impondo assim a força na direção y igual a zero, resulta:

$$F_y = q(\epsilon_y + v.B) = 0 \quad (8.141)$$

$$\epsilon_y = -B.v \quad (8.142)$$

O campo elétrico constante em y resulta na tensão Hall dada por:

$$V_H = -\int_0^w \epsilon_y .dy = W.B.v \quad (8.143)$$

onde W é a largura da amostra de semiconductor na direção y.

A velocidade v de deriva das lacunas pode ser obtida a partir da expressão da corrente de deriva:

$$I = q.W.t.p.v \quad (8.144)$$

onde t é a espessura da amostra de semiconductor na direção z.

Substituindo a velocidade v, obtida a partir de (8.144) em (8.143) resulta:

$$V_H = \frac{B.I}{q.p.t} \quad (8.145)$$

Conhecendo-se o campo magnético e a corrente elétrica aplicados, bem como as dimensões W e t da amostra, a relação (8.145) permite determinar a concentração p a partir da medida de V_H . O sinal positivo ou negativo da tensão Hall indica o material ser do tipo p ou n respectivamente.

A corrente elétrica passando pelo semicondutor causa o aparecimento de uma queda de tensão ôhmica, V_ρ , medidos em dois terminais na superfície do semicondutor como indicado na Fig. 8.40. A partir desta medida podemos determinar a resistividade do material:

$$V_\rho = \rho \cdot \frac{S}{W.t} \cdot I \quad (8.146)$$

onde S é a distância entre os 2 contatos da medida V_ρ .

A partir da relação (8.53) e das relações (8.145) e (8.146) acima, obtemos a expressão que permite determinar a mobilidade das lacunas:

$$\mu_p = \frac{1}{q \cdot \rho \cdot p} = \frac{1}{B} \cdot \frac{S}{W} \cdot \frac{V_H}{V_\rho} \quad (8.147)$$

Para material tipo n obtém-se expressões totalmente análogas, com a diferença que a tensão Hall será de sinal oposto.

c) Medida de Absorção de Ressonância Ciclotrônica:

Esta medida permite determinar a massa efetiva dos portadores, como já descrito de forma geral na capítulo 2, item 2.1. Sugerimos que o leitor reveja esta descrição geral dada, para maior compreensão das informações a seguir. A Fig. 8.41 ilustra um esquema da montagem experimental da medida. O campo magnético fixo produz um movimento oscilatório circular do elétron, tal que a força magnética seja igual à força centrífuga:

$$q.v.B = \frac{m^* \cdot v^2}{R} \quad (8.148)$$

onde R é o raio do círculo descrito pelo elétron.

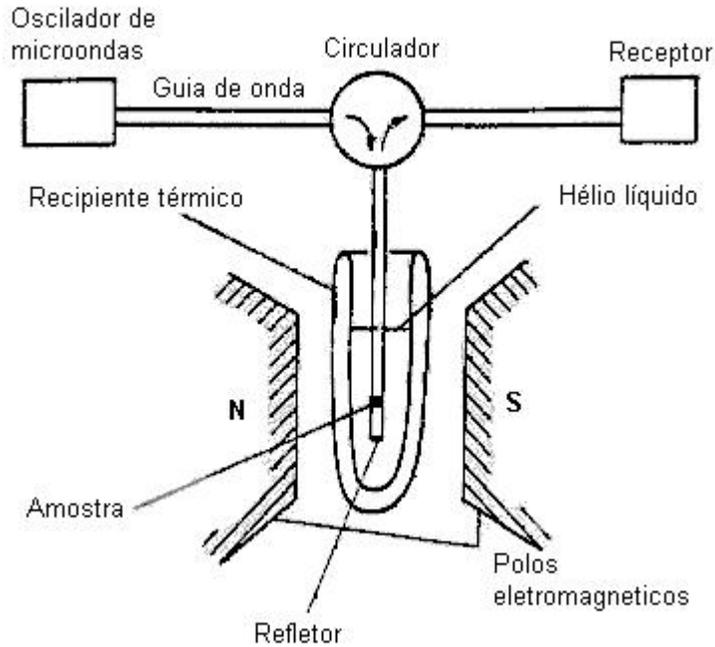


Fig. 8.41 Esquema da montagem experimental da medida de ressonância ciclôtrica. O sinal de microondas sai do gerador, entra na porta 1 do circular e sai pela porta 2, atravessa a amostra, reflete no espelho, atravessa novamente a amostra, entra pela porta 2 do circulador e sai pela porta 3, chegando no receptor.

Como a frequência, f , de oscilação é dada pela razão entre a velocidade tangencial e o perímetro do círculo descrito pelo elétron, resulta:

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{v}{R} = \frac{q \cdot B}{m^*} \quad (8.149)$$

onde ω é a frequência angular.

Quando a frequência do sinal de microondas coincidir com a frequência de oscilação magnética do elétron, temos o caso de ressonância e o elétron nestas condições consegue absorver mais energia das duas fontes. Nestas condições, o receptor detecta um sinal menor de microondas que passa pela amostra, é refletido no espelho e retorna. A medida é realizada mantendo fixa a frequência do sinal de microondas e variando-se gradualmente o valor do campo magnético. No caso da absorção do sinal pela ressonância ciclôtrica, obtém-se a massa efetiva da partícula a partir da relação (8.149), dada por:

$$m^* = \frac{q \cdot B}{\omega_c} \quad (8.150)$$

onde ω_c é a frequência angular do sinal de microondas.

A Fig. 8.42 apresenta um espectro de absorção do sinal de microondas versus valor do campo magnético aplicado, para uma amostra de Ge. O espectro mostra 4 picos de absorção, que correspondem a 2 tipos de lacunas na banda de valência e a 2 tipos de elétrons na banda de condução, cada qual correspondendo ao pico, de máximo ou de mínimo, de uma curva ou região de curva energia versus vetor de onda do seu

diagrama de bandas completo (Fig. 7.12). Esta medida experimental constitui um importante instrumento para confirmar informações dos diagramas de bandas obtidos por cálculos teóricos de mecânica quântica. Além da determinação da massa efetiva dos portadores, que corresponde ao inverso da derivada segunda da curva $E \times k$ do diagrama de bandas, tem-se informação sobre a densidade de portadores pela altura do pico da absorção do espectro. A largura dos picos de absorção apresenta relação com o tempo entre colisões. Se não houvesse colisões, o pico de absorção seria muito estreito, conforme a relação (8.150). Para reduzir o número de colisões dentro do período de um ciclo, deve-se escolher um período de ciclo curto, ou seja, uma frequência de sinal de RF alto, na faixa de microondas, bem como reduzir a temperatura da amostra. Pela redução da temperatura reduzimos a vibração dos átomos da rede cristalina e assim a frequência de colisões.

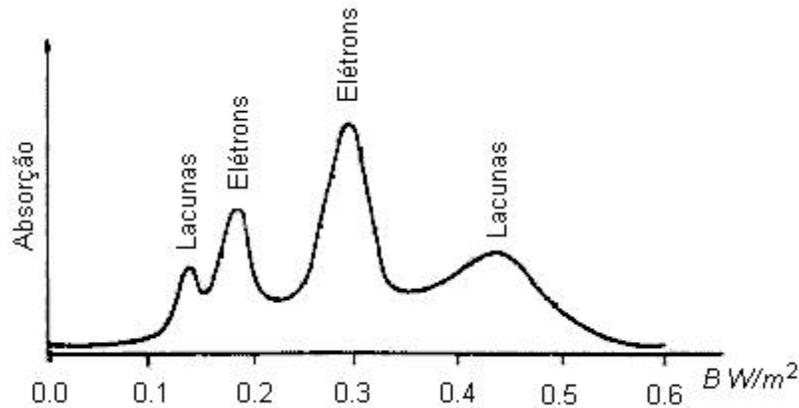


Fig. 8.42 Espectro de absorção versus valor do campo magnético na medida de ressonância ciclôtrônica de uma amostra de Ge.

d) Medida de 4 Pontas:

Por medida $V - I$ de 4 pontas podemos determinar a resistividade do material, como apresentado no item 8.7.1. Em seguida, podemos determinar a dopagem do semiconductor pela relação (8.53) ou (8.54), levando em conta a dependência da mobilidade dos portadores com o nível da dopagem conforme mostrado na Fig. 8.22. Um procedimento alternativo, equivalente e mais simples é obter a dopagem diretamente pelo uso da Fig. 8.24.

e) Medida da Condutividade versus Temperatura

Esta medida permite determinar o valor da banda proibida, E_G , do semiconductor. A condutividade é dada pelo inverso da expressão da resistividade (8.52), ou seja:

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p) \quad (8.151)$$

Como as concentrações de portadores varia com a temperatura, resulta uma correspondente variação na condutividade. A Fig. 8.15, apresentada no item 8.5, mostra a variação da concentração de elétrons em material tipo n com a temperatura. Esta variação da concentração de portadores explica em grande parte a variação da condutividade com a temperatura como a apresentada na Fig. 8.43. Para baixas temperaturas predomina o efeito do congelamento dos portadores. Na faixa

intermediária de temperatura, chamada de faixa extrínseca de temperatura, todos os dopantes estão eletricamente ativados, com a concentração dos portadores majoritários aproximadamente igual à concentração dos dopantes. Nesta faixa no entanto, observa-se uma redução da condutividade, similar ao que ocorre nos metais, devido à redução da mobilidade dos portadores com a temperatura. Agora, ao aumentarmos a temperatura acima da faixa extrínseca, temos que a concentração intrínseca de portadores torna-se considerável, tornando-se mesmo maior que o nível da dopagem, como ilustrado na Fig. 8.15. Nesta faixa de temperatura, o semiconductor torna-se intrínseco e temos que:

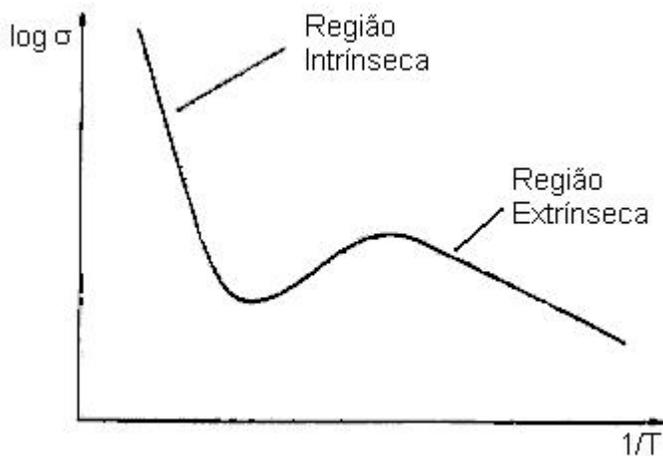


Fig. 8.43 Curva típica da condutividade de semiconductor extrínseco versus inverso da temperatura, em escala log – linear.

$$p \approx n \approx n_i = f(T)$$

Das considerações do item 8.5, temos que:

$$n_i = A.(\mu_p + \mu_n)(T)^{3/2}.e^{-E_G/2kT} \quad (8.152)$$

onde A é uma constante.

Como a variação exponencial com temperatura é muito maior que a variação polinomial da temperatura na expressão (8.152), teremos uma variação da condutividade aproximadamente exponencial com a temperatura, na faixa de alta temperatura (intrínseca). Desta forma temos que a inclinação da curva da condutividade nesta faixa de temperatura é dada por:

$$\frac{d(\ln \sigma)}{d(1/T)} = -\frac{E_G}{2k} \quad (8.153)$$

A relação (8.153) mostra que a inclinação da curva de condutividade com a temperatura fornece diretamente o valor da banda proibida do semiconductor.

e) Medida de Absorção Óptica:

A medida de absorção óptica é outra medida que permite determinar o valor da banda proibida do semiconductor. Nesta medida, utiliza-se amostra bem fina de semiconductor para permitir a transmissão de luz através da mesma, como indicado na

Fig. 8.44a. Uma fonte de luz monocromática, de freqüência variável incide sobre o semiconductor, alinhado com um fotodetector no outro lado da mesma. Para freqüências de luz com energia menor que o valor da banda proibida, o semiconductor é transparente e o detetor indica alta fotocorrente, como indicado na Fig. 8.44b. Aumentando-se a freqüência da luz o semiconductor torna-se opaco a partir de certo valor. A freqüência limite para o início da absorção da radiação pelo semiconductor está relacionada com o valor de E_G como segue:

$$h \cdot f = E_G \quad (8.154)$$

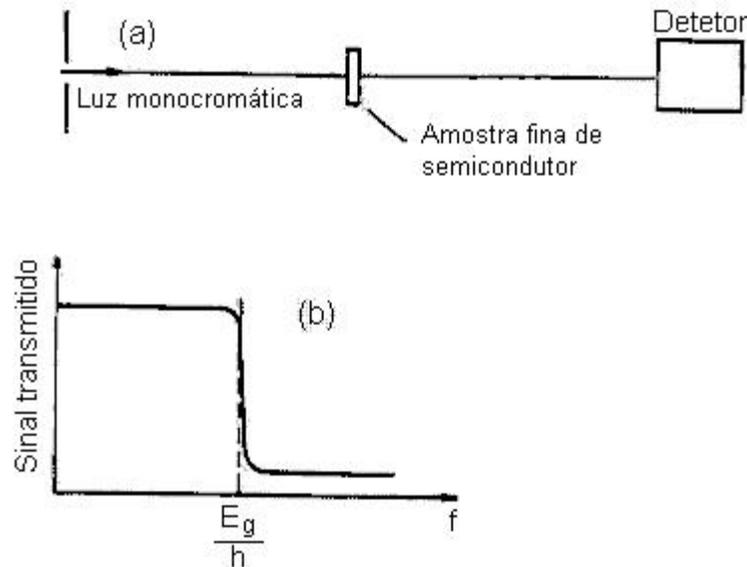


Fig. 8.44 a) Esquema da montagem experimental da medida absorção ou transmissão de luz pelo semiconductor; b) Resultado de medida de transmissão de luz através de um semiconductor.

Assim, a curva de absorção obtida fornece diretamente o valor de E_G .

Esta medida aplica-se muito bem a semiconductor que apresenta estrutura de banda do tipo direto, como ilustrado na Fig. 8.45a. Por outro lado, para semiconductor com diagrama de banda do tipo indireto, como ilustrado na Fig. 8.45b, a transição do elétron, da banda de valência para a banda de condução, é bem menos provável de ocorrer como já discutido no item 8.7.5. Como consequência, em semiconductor com estrutura de bandas do tipo indireta, a transição entre região de transparência e a região com absorção é bem mais gradual, tornando-se difícil determinar a freqüência limite e portanto a largura da banda proibida.

f) Medida de Fotoluminescência:

A medida de fotoluminescência fornece os níveis de energia de estados ou armadilhas de elétrons dentro da banda proibida. Nesta medida, o semiconductor é excitado por meio de uma fonte de laser com freqüência de luz com energia maior que o valor de E_G . A excitação provoca a transição de elétrons da banda de valência para os vários estados disponíveis dentro da banda proibida, bem como para a banda de condução. Em seguida, os elétrons excitados tendem a decair para seus estados

fundamentais, emitindo fótons com energia dada pela diferença entre a energia do estado e a energia do topo da banda de valência, como ilustrado na Fig. 8.46. Medindo-se o espectro de radiação emitida pelo semiconductor excitado, obtém-se uma leitura direta dos estados ou armadilhas presentes dentro da banda proibida.

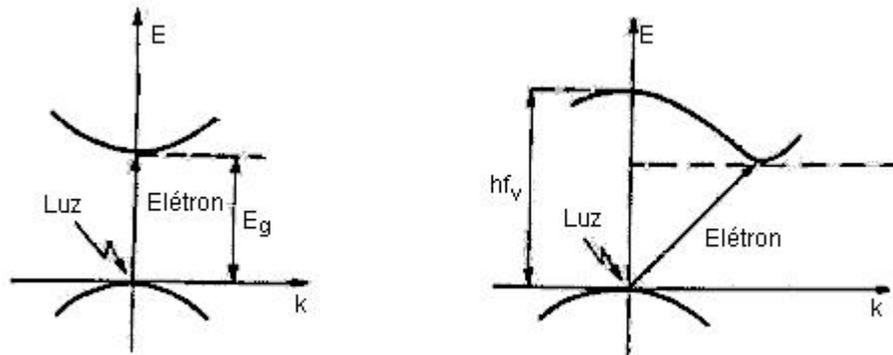


Fig. 8.45 Ilustração de detalhe do processo de absorção de fóton por elétron em semiconductor com diagrama de banda do tipo a) direto e b) indireto.

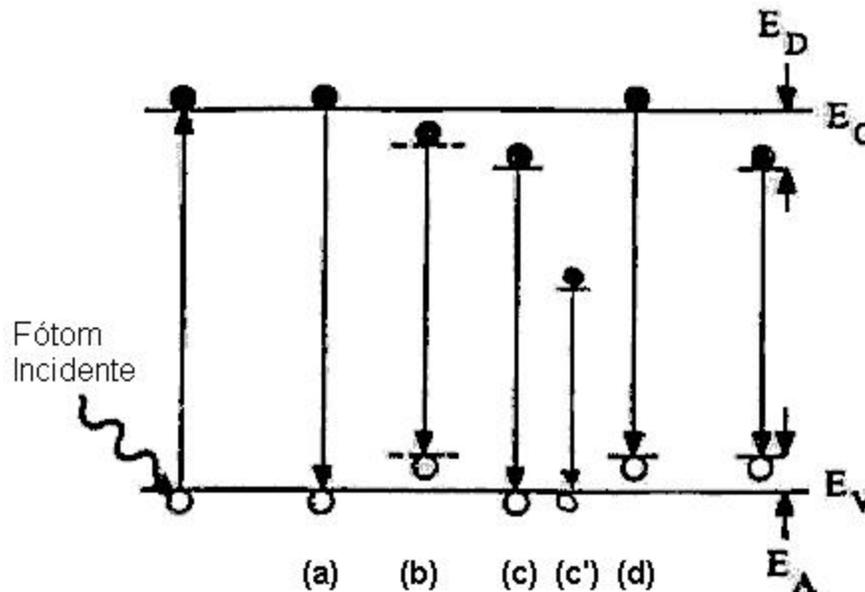


Fig. 8.46 Ilustração dos diversos processos radiativos em semiconductor excitado por luz, em medida de fotoluminescência.

g) Medida de Fotocondutividade:

A medida de fotocondutividade é apropriada para a determinação do tempo de vida dos portadores. Uma fonte de luz, com comprimento de onda apropriada, incide sobre o semiconductor, pelo qual é passado uma dada corrente elétrica, como mostrado na Fig. 8.47a. A luz incidente aumenta a concentração dos portadores e como conseqüência, a condutividade do material, ou a corrente passando pelo circuito. Ao desligar-se a fonte de luz, a condutividade do material, ou a corrente elétrica pelo circuito, decai gradualmente (Fig. 8.47b), na mesma taxa da redução da concentração dos portadores do semiconductor. A taxa de redução dos portadores é diretamente relacionada com o tempo de vida dos

portadores, como discutido no item 8.8. Desta forma, o tempo de vida pode ser determinado a partir da taxa da redução da corrente elétrica após o desligamento da fonte de luz.

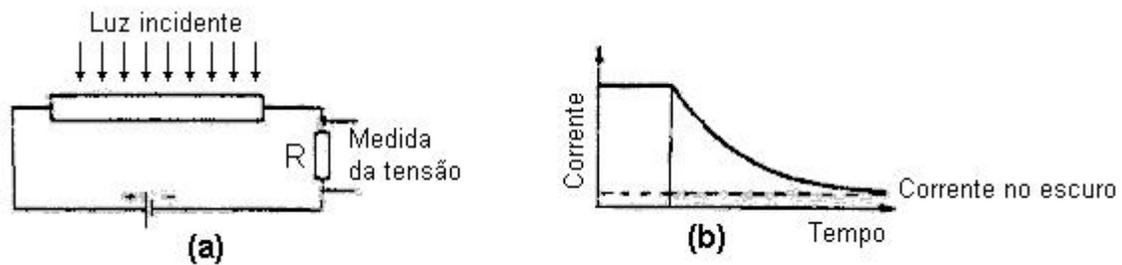


Fig. 8.47 a) Esquema do experimento de fotocondutção em semicondutor; b) curva da corrente, ilustrando o decaimento quando a fonte de luz é desligada.

No caso de um material semicondutor de um dado tipo, sem estrutura especial para separar os portadores minoritários dos majoritários, há necessidade de uma fonte de luz de alta intensidade para que tenhamos uma condição de alta injeção. Isto é necessário para que a variação da corrente seja significativa. No caso de condição de baixa injeção teremos variação significativa apenas na concentração dos portadores minoritários. Para detectar esta variação devemos dispor de estrutura especial que permita separar os portadores minoritários dos majoritários

Questões

- 8.1 A que principalmente devemos o sucesso dos semicondutores?
- 8.2 Dê exemplos de semicondutores compostos III-V, sendo 2 binários e 2 ternários.
- 8.3 Compare o "bandgap" entre o GaAs, InP, AlGaAs e InGaAs. Quais entre estes podem ter o mesmo parâmetro de rede ?
- 8.4 Explique fisicamente porque o número de portadores minoritários diminui com o nível de dopagem.
- 8.5 Defina semiconductor intrínseco e extrínseco.
- 8.6 Indique a posição aproximada de estados associados às impurezas doadoras e aceitadoras. Justifique. Porque os representamos por linha tracejada e não contínua ?
- 8.7 Dado um diagrama de bandas de um semiconductor, com dada densidade de estados, e a probabilidade de ocupação dada pela função de Fermi. Expresse a densidade de elétrons e de lacunas em função destas relações, justificando os limites de integração.
- 8.8 Qual a motivação para usarmos a estatística de Boltzmann ao invés da de Fermi? Qual a definição de semiconductor degenerado e não degenerado ?
- 8.9 Demonstre a partir das relações de Boltzmann que o produto n_p é igual a n_i^2 e qual a relação de n_i com o parâmetro E_G do semiconductor e a temperatura.
- 8.10 Dê as relações de concentrações de portadores para materiais tipo n e tipo p não degenerados.
- 8.11 A partir das relações de Boltzmann, determine a posição do nível de Fermi versus nível de dopagem.
- 8.12 Use o modelo de bandas de energia em semicondutores e ilustre: a) um elétron, b) uma lacuna, c) posições de doadores, d) posições de aceitadores, e) congelamento de portadores majoritários nos sítios de doadores ao reduzirmos a temperatura em direção a 0 K, f) idem para aceitadores, g) a distribuição de portadores em energia na respectiva banda, h) um semiconductor intrínseco, i) um semiconductor tipo n, j) um semiconductor tipo p, l) um semiconductor degenerado, m) um semiconductor não degenerado.
- 8.13. Considere o nível de Fermi em E_c e calcule a probabilidade de ocupação do estado em $E_c + kT$.
- 8.14. Considere um semiconductor não degenerado. Determine o nível de energia nas bandas de condução e de valência onde o número de elétrons é máxima.
- 8.15. Considere uma distribuição hipotética de estados nas bandas de condução e de valência, dados por:
- $$g_c(E) = \text{cte} = N_c/kT \quad p/ E > E_c$$
- $$g_v(E) = \text{cte} = N_v/kT \quad p/ E < E_v$$
- Desenvolva a relação de concentração de portadores nas duas bandas em função do nível de Fermi.
- 8.16. Considere um semiconductor uniformemente dopado, $N_A = 1E15/cm^{-3}$. Qual a concentração de portadores a 0 K, 300 K e 650 K ? Qual a posição do nível de Fermi nestas mesmas temperaturas ?
- 8.17 Como varia o nível de Fermi com a temperatura? Quais as relações que devem ser usadas para determinarmos o nível de Fermi a uma temperatura qualquer?
- 8.18 Porque em semicondutores temos velocidade de deriva dos portadores proporcional ao campo elétrico e não uma aceleração dos portadores proporcional ao campo elétrico?
- 8.19 Sendo a mobilidade dada por: $\mu = q.t_{col}/(2.m^*)$. Quais as dependências físicas da mobilidade?

8.20 Quais os dois tipos mais importantes de espalhamento de portadores em semicondutores?

8.21 Como varia a mobilidade com a temperatura? Explique qualitativamente por quê?

8.22 Como varia a mobilidade com a dopagem? Explique qualitativamente por quê?

8.23 Explique qualitativamente porque o tempo médio entre espalhamento por impurezas aumenta com a temperatura.

8.24 Qual a razão entre a mobilidade eletrônica em Ge, Si e GaAs ?

8.25 Escreva a expressão da densidade de corrente de deriva. E da resistividade do semicondutor.

8.26 Qual a definição de resistência de folha? Calcule a resistência de uma camada semicondutora de 100 μm de comprimento e de 20 μm de largura, tendo como resistência de folha 20 Ω/\square .

8.27 Desenhe um diagrama de bandas de um semicondutor em equilíbrio térmico, tipo n e com dopagem não constante. Abaixo deste, desenhe diagramas de potencial elétrico e outro de campo elétrico.

8.28 Por que ocorre a difusão de partículas?

8.29 Dê a expressão da corrente de difusão em semicondutor.

8.30 Explique a medida de ponta de prova quente para determinar o tipo de um semicondutor.

8.31 O que diz a relação de Einstein para semicondutores?

8.32 a) Uma amostra de Si possui dopagem uniforme com $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ e é mantido à temperatura ambiente. Calcule a resistividade da amostra, usando a relação (8.54). Compare o resultado com dados da Fig. 8.24.

b) Considere que a amostra do item a) tenha adicionado mais dopantes tipo p, com $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Recalcule a resistividade do material (cuidado com os valores das mobilidades dos portadores a serem usados).

c) Calcule a resistividade de semicondutor intrínseco, sem dopagem. Compare o resultado com o do item b).

d) Um resistor de Si tipo n, com área de seção em corte de 10^{-2} cm^2 e comprimento de 1 cm, apresenta resistência de 500 Ω . Determine a concentração da dopagem.

8.33 Preencha a tabela abaixo com dados de interpretação do diagrama de bandas da Fig. P8.33.

Portador	$E_{\text{cinética}}$ (eV)	$E_{\text{potencial}}$ (eV)
Elétron 1		
Elétron 2		
Elétron 3		
Lacuna 1		
Lacuna 2		
Lacuna 3		

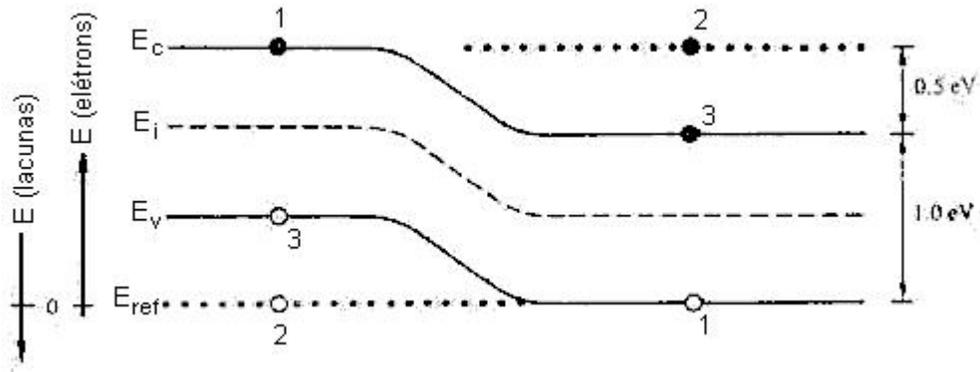


Figura do problema 8.33

8.34 Um dado semiconductor apresenta o diagrama de bandas, em condições de equilíbrio, dado na Fig. P8.34. Dados $E_G = 1.12 \text{ eV}$, $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, e $kT = 0.0259 \text{ eV}$. a) Determine n em $x = L/4$, $x = L/2$, e $x = 3L/4$. b) Para que valores de x , se existir, devemos classificar o semiconductor como degenerado? c) Apresente curvas qualitativas da variação de n e p versus x . d) Apresente curvas esquemáticas do potencial elétrico e do campo elétrico dentro do semiconductor. e) Sendo $L = 10^{-2} \text{ cm}$, determine o valor do campo elétrico em $x = L/2$.

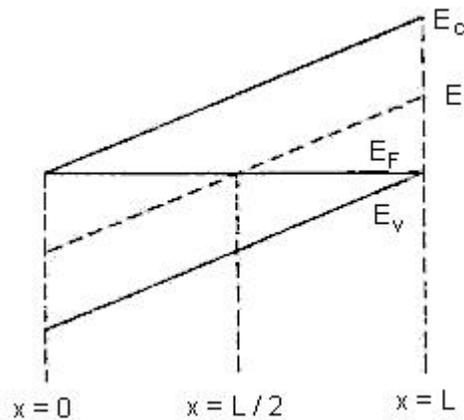


Figura do problema 8.34

8.35) Considere um semiconductor com o diagrama de bandas idealizado como na Fig. P8.35. Sendo dados: $E_G = 1.12 \text{ eV}$, $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $kT = 25.9 \text{ meV}$, $\mu_n = 1345 \text{ cm}^2/\text{V.s}$, $\mu_p = 458 \text{ cm}^2/\text{V.s}$. a) Esquematize curva de potencial elétrico e do campo elétrico versus x (adote $V = 0$, em $x = x_a$). b) Calcule a densidade de corrente elétrica de deriva de elétrons em $x = x_a$ e em $x = x_b$. Qual o sentido destas mesmas correntes? c) Calcule a densidade de corrente de difusão de elétrons em $x = x_b$ e qual o sentido desta corrente? d) Calcule a densidade de corrente total em $x = x_b$. Explique.

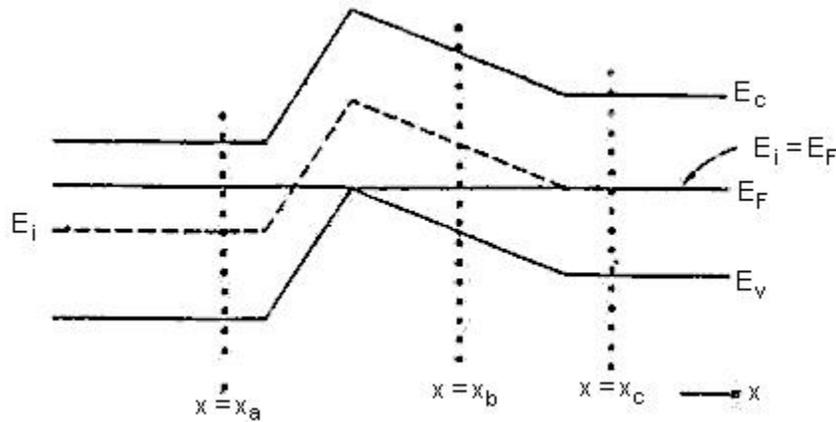


Figura do problema 8.35

8.36 Descreva o processo de geração e recombinação (G-R) tipo banda a banda. Cite possíveis fontes de energia envolvidas no processo.

8.37 Descreva o processo de G-R tipo indireto.

8.38 Qual a origem de estados com níveis próximo ao do meio da banda proibida? Por que estes são os mais efetivos para alterar as taxas de G-R ?

8.39 A densidade N_T afeta a densidade de portadores em equilíbrio ? E fora do equilíbrio ?

8.40 Defina o conceito de baixa injeção.

8.41 Argumente porque a taxa de G-R térmico em baixa injeção, em material tipo p, é dado por: $- C_n \times N_T \times \Delta n$.

8.42 Qual o efeito do tempo de vida sobre a taxa de G-R térmico? Como define tempo de vida? Como pode se controlar ou alterar o tempo de vida?

8.43 O que representa a equação da continuidade? Descreva suas componentes.

8.44 Dada a equação de difusão de portadores minoritários, qual a representação de cada termo ?

8.45 Dada a equação de difusão de portadores minoritários, deduza as simplificações possíveis nos seguintes casos:

- estado estacionário
- ausência de gradiente de portadores minoritários
- ausência de campo elétrico,
- ausência de R-G térmico
- ausência de luz

8.46 Quais as soluções da equação de difusão de portadores minoritários nos seguintes casos:

- estado estacionário e ausência de luz
- ausência de gradiente de portadores minoritários e ausência de luz
- estado estacionário e ausência de gradiente de portadores minoritários
- estado estacionário, ausência de R-G e de luz.

8.47 Qual o significado do comprimento de difusão?

8.48 Defina níveis de quase-Fermi.

8.49 Qual a relação entre a densidade de corrente de portadores e o correspondente nível de quase-Fermi?

8.50 Seja um semiconductor caracterizado pelo diagrama de energia dado na Fig. P8.50. Seja dado que: $E_G = 1.12$ eV, $kT = 25.9$ meV, $n_i = 10^{10}$ cm^{-3} , $\mu_n = 1345$ $\text{cm}^2/\text{V.s}$ e $\tau_n = 10^{-4}$ s. a) Desenhe o potencial elétrico e o campo elétrico dentro do semiconductor versus x . b) Para que valores de x existe neutralidade de cargas (lembre da equação de Poisson). c) Desenhe a curva de concentração de elétrons versus x ,

especificando os valores em $x = x_a$ e em $x = x_c$. d) Calcule as densidades de corrente de elétrons de deriva, de difusão e total em $x = x_a$. Explique suas respostas. e) Um elétron em $x = x_b$ com energia $E = E_C$ move-se da sua posição para $x = 0$, sem perder sua energia total. Qual será sua energia cinética em $x = 0$? f) Sendo introduzido uma certa quantidade de excesso de elétrons em $x = x_c$. Este excesso de elétrons irá difundir-se no semiconductor em direção a $x = x_b$. Sendo $x_c - x_b = 10^{-3}$ cm, qual fração do excesso de elétrons alcançará x_b ?

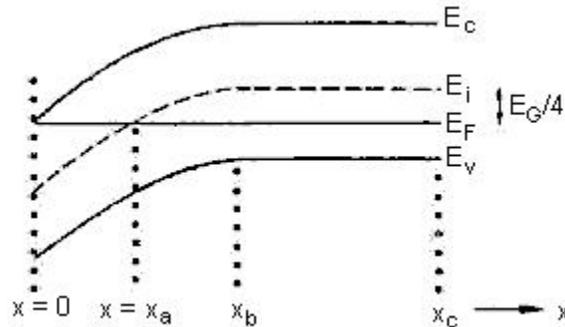


Figura do problema 8.50

8.51 Uma barra semicondutora semi-infinita, tipo p, é iluminada, como na Fig. P8.51, gerando G_L pares elétron-lacunas uniformemente ao longo de todo seu volume. Simultaneamente, há um sorvedouro de portadores em $x = 0$, impondo $\Delta n_p(0) = 0$ em $x = 0$. Assumindo condição de estado estacionário e que $\Delta n_p(x) \ll p_{p0}$, determine $\Delta n_p(x)$.

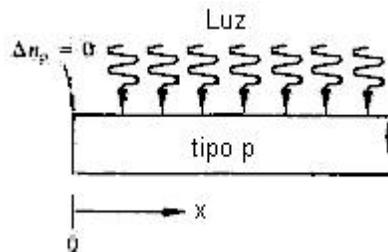


Figura do problema 8.51

8.52 Considere um material de Si, tipo n, com dopagem uniforme $N_D = 10^{14}$ cm⁻³, e com tempo de vida de minoritários $\tau_p = 1$ μs. A amostra era inicialmente iluminada por longo período ($\gg \tau_p$) com geração $G_L = 10^{16}$ cm⁻³ pares elétron-lacunas, uniformemente em todo o volume do semiconductor. No instante $t = 0$, a fonte de luz é desligada. Analise este transiente: a) A condição de baixa injeção é satisfeita durante todo tempo $t > 0$? Explique. b) Assumindo $\Delta n(t) = \Delta p(t)$, estabeleça uma relação da condutividade do material ($\sigma = 1/\rho$) em função do tempo.

8.53 Uma amostra de Si tipo n de comprimento L é mantido em condição de estado estacionário tal que, $\Delta p_n(x=0) = \Delta p_{n0} = 10^{12}$ cm⁻³ e $\Delta p_n(x=L) = 0$. O semiconductor é uniformemente dopado com $N_D = 10^{16}$ cm⁻³, é mantido à temperatura ambiente de 300 K e não há geração por luz e nem "outros processos" ocorrendo no interior do semiconductor. a) É satisfeita a condição de baixo nível de injeção? Explique. b) Como varia $n(x)$? c) Resolva $p(x)$. d) Qual a posição do nível de quase-Fermi de lacunas em $x = 0$ e em $x = L$?

- 8.54 A condição de equilíbrio e a condição de estado estacionário sob iluminação de um semiconductor são caracterizadas pelos diagramas de bandas na Fig. P8.54. Sendo $T = 300\text{ K}$, $n_i = 10^{10}\text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 1345\text{ cm}^2/\text{V.s}$, $\mu_p = 458\text{ cm}^2/\text{V.s}$, determine: a) As concentrações de equilíbrio n_0 e p_0 . b) As concentrações n e p nas condições estacionárias. c) N_D . d) Vale a condição de baixa injeção no caso sob iluminação? Explique. e) Calcule a resistividade do semiconductor em equilíbrio e sob iluminação.
- 8.55 Uma amostra de Si de comprimento L e dopagem uniforme $N_D = 10^{15}\text{ cm}^{-3}$ é mantida à temperatura ambiente, com perturbação em condição de regime estacionário, tal que: $n \cong N_D$, $p = n_i(1-x/L) + n_i^2/N_D$, para $0 \leq x \leq L$. Como $n \cong N_D$ podemos assumir que $\epsilon \cong 0$. Nestas condições, desenhe o diagrama de bandas com especificação de E_C , E_V , E_i , F_N e F_P versus x .
- 8.56 a) Desenhe o diagrama de bandas de um semiconductor de Si tipo n, de 2 cm de comprimento, dopado com fósforo e com boro. A amostra apresenta o nível de Fermi a 4 kT abaixo do nível E_C . Considerando como referência de potencial elétrico o nível E_i , indique no diagrama de bandas o potencial elétrico correspondentes aos níveis E_C , E_V , E_D e E_A . Assuma $T = 300\text{ K}$ e os níveis E_D e E_A dados na Tabela 8.3. b) Desenhe o diagrama de bandas do material com aplicação de uma tensão de 2V.
- 8.57 Uma amostra de Si tem dopagem tipo n com $N_D = 10^{15}\text{ cm}^{-3}$ e está à temperatura ambiente de 300 K. Calcule a posição do nível de Fermi e as concentrações p e n . Assumindo que a distribuição de estados na banda de condução seja dada por $g_c dE = 8 \times 10^{20} (E)^{0.5} dE\text{ cm}^{-3}$, calcule o número de elétrons no intervalo de 1.9 kT e 2.1 kT acima do mínimo da banda de condução, E_C .
- 8.58 Calcule o nível de Fermi intrínseco de Si, Ge e GaAs.
- 8.59 Quais os parâmetros mais importantes de caracterização de semicondutores?
- 8.60 Explique o princípio da medida de ponta quente.
- 8.61 Explique o princípio da medida de efeito Hall. Que parâmetros ela fornece?
- 8.62 Explique o princípio da medida de absorção de ressonância ciclotrônica. Que parâmetro ela fornece?
- 8.63 Descreva duas técnicas usadas para determinar o band-gap do material.
- 8.64 Descreva uma técnica usada para determinar os níveis localizados dentro da banda proibida.
- 8.65 Descreva a técnica de fotocondutividade. Que parâmetro ela fornece?